

# Електростатика

# Физичке величине

## Скалари

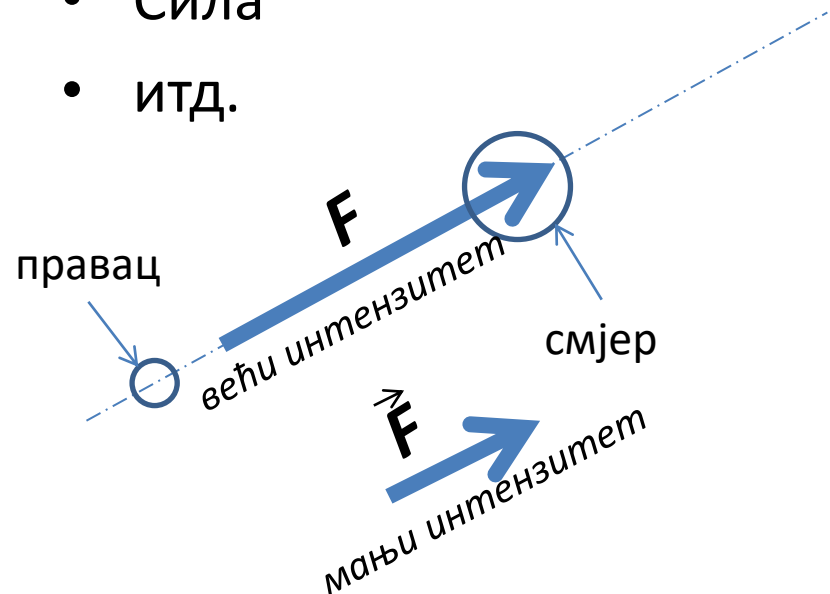
Посједују само  
вриједност/интензитет

- Температура
- Количина течности
- Маса
- Итд.

## Вектори

Посједују правац и смјер  
пored интензитета

- Брзина
- Сила
- итд.



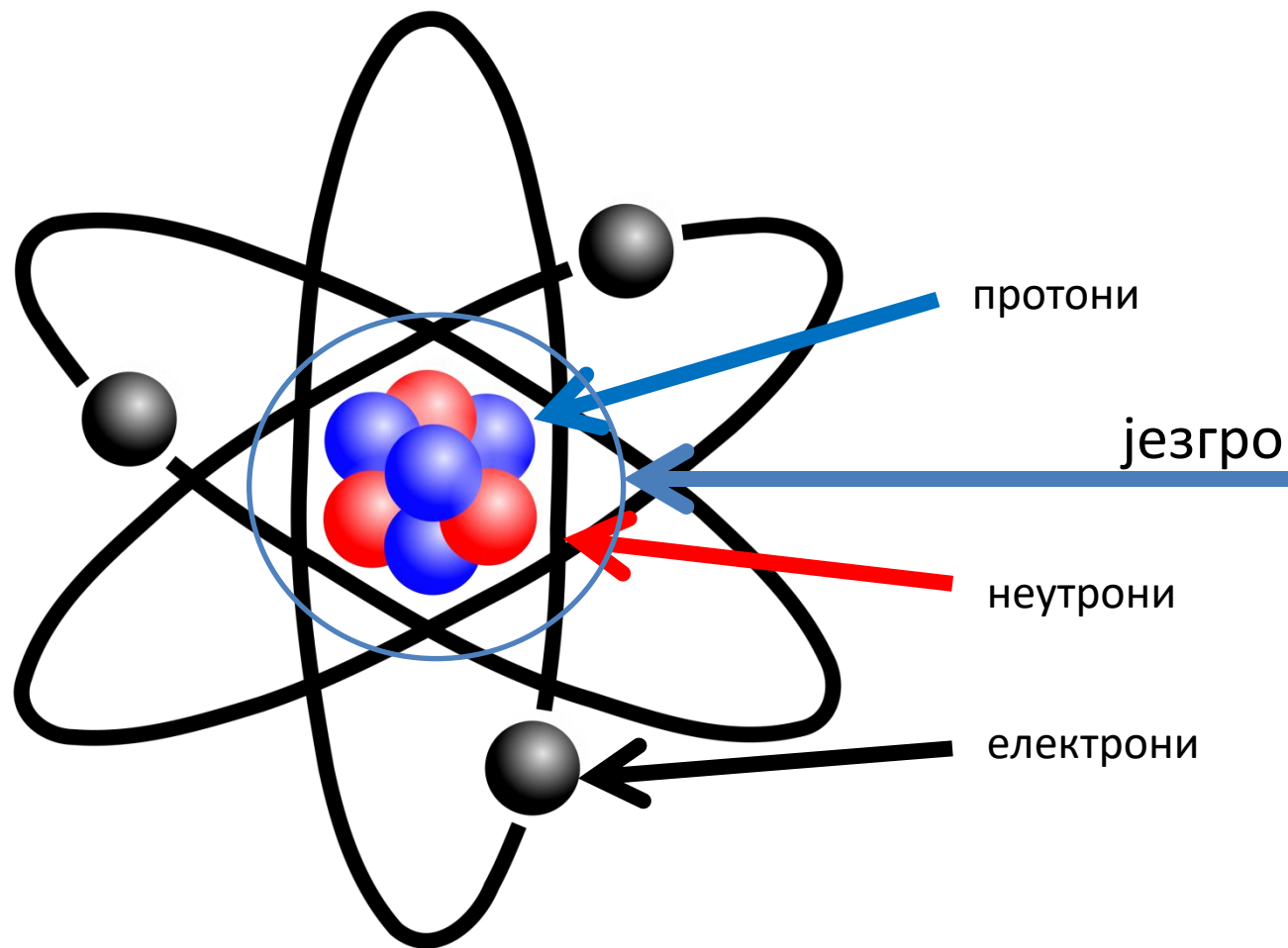
# Префикси јединица

| префикс | назив | величина                                                    |
|---------|-------|-------------------------------------------------------------|
| T       | тера  | $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$                           |
| G       | гига  | $10^9 = 1\,000\,000\,000$                                   |
| M       | мега  | $10^6 = 1\,000\,000$                                        |
| k       | кило  | $10^3 = 1\,000$                                             |
|         |       | $10^0 = 1$                                                  |
| d       | деци  | $10^{-1} = 1/10 = 0,1$                                      |
| c       | центи | $10^{-2} = 1/100 = 0,01$                                    |
| m       | мили  | $10^{-3} = 1/1000 = 0,001$                                  |
| μ       | микро | $10^{-6} = 1/1\,000\,000 = 0,000\,001$                      |
| n       | нано  | $10^{-9} = 1/1\,000\,000\,000 = 0,000\,000\,001$            |
| p       | пико  | $10^{-12} = 1/1\,000\,000\,000\,000 = 0,000\,000\,000\,001$ |

$$I = 150 \text{ mA} = \mathbf{150 \times 10^{-3} \text{ A}} = 150 / 1000 \text{ A} = 0,15 \text{ A}$$

$$R = 75 \text{ M}\Omega = \mathbf{75 \times 10^6 \Omega} = 75 \times 1\,000\,000 \Omega = 75\,000\,000 \Omega$$

# Састав атома



# Наелектрисање основних честица

- Наелектрисање протона, електрона и неутрона.
  - Електрони +
  - Протони –
  - Неутрони (неутрални)
- Јаке, слабе силе.
- Наелектрисање тијела

$$Q = (n_p - n_e)e$$

- Кулон С

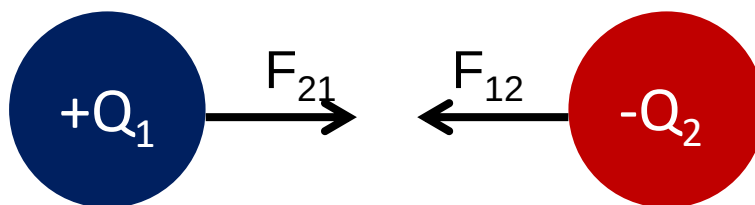
# Електрична својства материјала

- По слободи кретања (слободни електрони):
  - Проводници
  - Изолатори/диелектрици
  - Полупроводници
  - суперпроводници

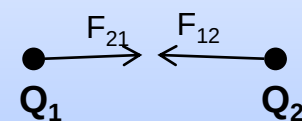
# Појам електростатике

- Стационарна, непромјенљива наелектрисања.
- Тачкасто наелектрисање.

# Кулонова сила



Алтернатива



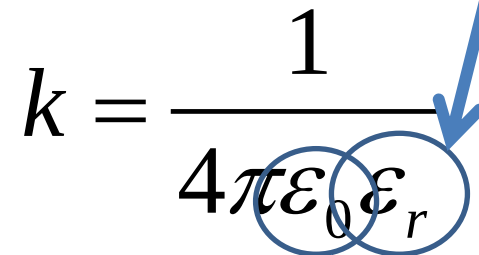
$Q_1 > 0$  C,  $Q_2 < 0$  C



# Кулонова сила

Релативна диелектрична  
константа **средине**

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}$$


$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$$

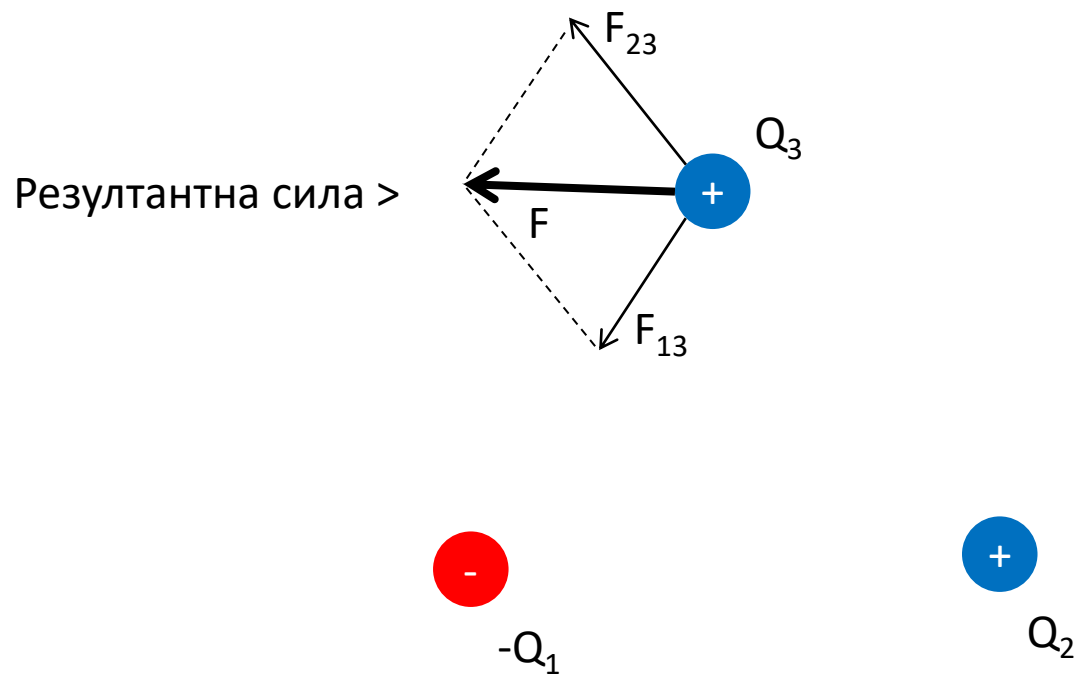
Диелектрична константа  
вакуума

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$k_0 = 8,987 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

# Суперпозиција



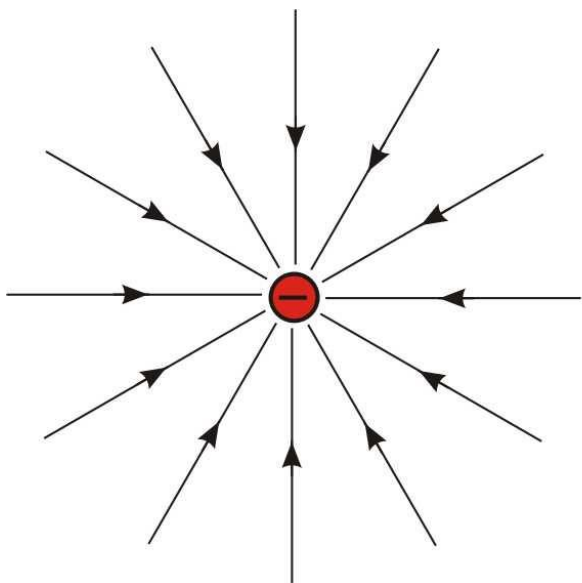
# Електрично поље

- Јавља се око сваког наелектрисања.
- Дејствује силом на сва наелектрисања око њега.
- Јединица: [N/C ili V/m]
- [Симулација](#)

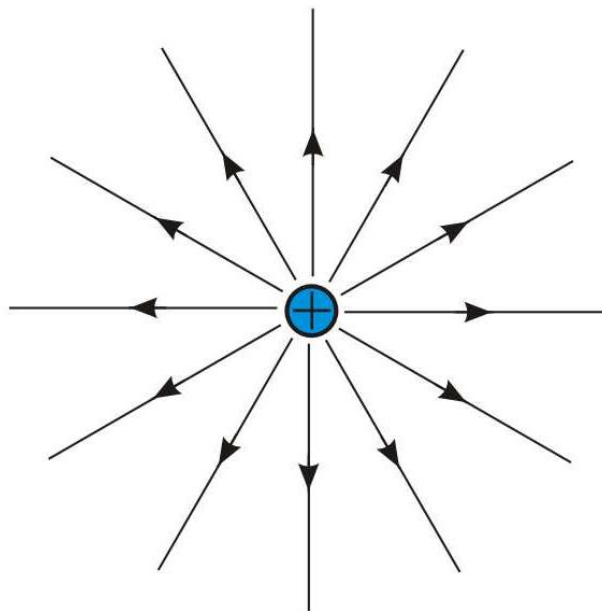
$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2}$$

# Представа електричног поља

За негативно  
наелектрисање

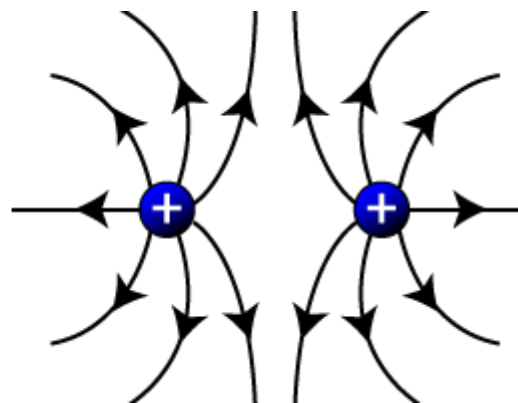
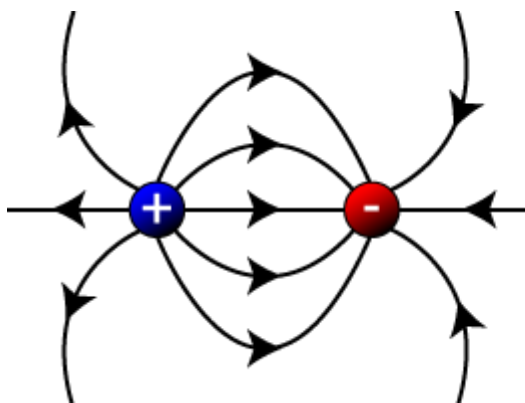


За позитивно наелектрисање

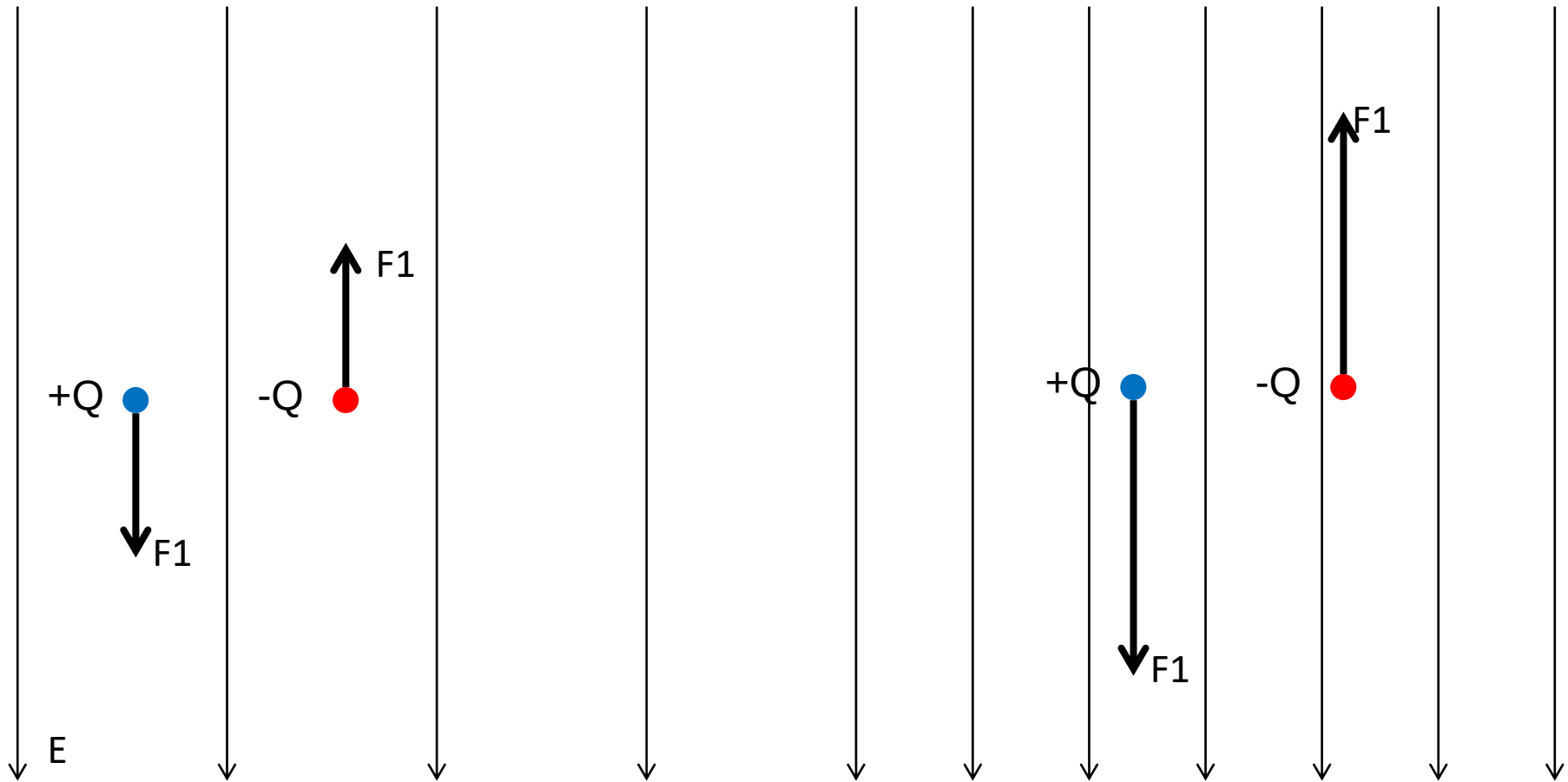


# За два наелектрисања

[Симулација.](#)



# Дејство електричног поља на наелектрисање



# Задатак 1

- Два једнака тачкаста наелектрисања  $Q_1 = Q_2 = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  налазе се на међусобном растојању од  $5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$  у вакуму. Одреди правац, смјер и интензитет силе која дјелује између наелектрисања.



# Рјешење

$$Q_1 = Q_2 = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$r = 5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$$

$$r = 5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$$

$$= 5 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 5 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

$$k_0 = 8,987 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}}{(5 \cdot 10^{-14})^2} \text{ N}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{3,2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-38}}{25 \cdot 10^{-28}} \text{ N}$$

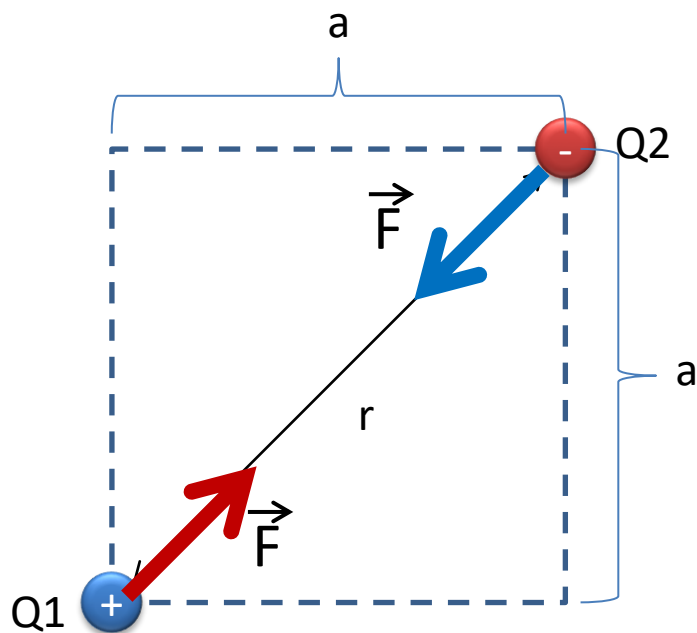
$$= \frac{9 \cdot 3,2 \cdot 3,2}{25} 10^{+9-38+28} \text{ N}$$

$$= 3,6864 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$



## Задатак 2

- Наелектрисања  $Q_1 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  и  $Q_2 = -6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$  налазе се у два супротна темена квадрата странице  $a = 3 \text{ cm}$  у ваздуху. Одредити правац, смер и интезитет силе између датих наелектрисања.



$$a^2 + a^2 = r^2$$
$$r = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2 \cdot a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$
$$r = \sqrt{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$r = \sqrt{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$Q_1 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$Q_2 = -6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$\begin{aligned} F &= 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2})^2} \text{ N} \\ &= 9 \cdot 10^9 \frac{18 \cdot 10^{-8-9}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-2 \cdot 2}} \text{ N} \\ &= \frac{9 \cdot 18}{18} 10^{-17+4} \text{ N} \\ &= 9 \cdot 10^{-13} \text{ N} \end{aligned}$$

# Задатак 3

Два наелектрисања  $Q_1 = Q_2 = Q = 100 \mu\text{C}$  налазе се у ваздуху. Ако између датих наелектрисања делује сила од  $F = 9 \cdot 10^{-7} \text{ N}$  одредити :

- a) растојање између наелектрисања и
- b) колика би била сила између истих наелектрисања ако се она налазе на истом растојању али у средини чија је релативна диелектрична константа једнака  $\epsilon_r = 4$  ?

$$Q = 100\mu\text{C} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$F = 9 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

a)

$$F = k \frac{Q^2}{r^2}$$

$$r^2 = k \frac{Q^2}{F}$$

$$r = \sqrt{k Q^2 / F} = Q \sqrt{k / F}$$

$$r = 100 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^{-7}}} \text{ m}$$

$$r = 100 \cdot 10^{-6} \sqrt{10^{9-(-7)}} \text{ m}$$

$$= 100 \cdot 10^{-6} \sqrt{10^{16}} \text{ m}$$

$$= 100 \cdot 10^{-6+8} \text{ m}$$

$$r = 100 \cdot 10^2 \text{ m} = 10000 \text{ m}$$

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

за вакуум  $\epsilon_r = 1$

у нашем задатку  $\epsilon_r = 4$

$$F_0 = 9 \cdot 10^{-7} N$$

$$F_0 = k_0 \frac{Q^2}{r^2}$$

$$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

$$k = \frac{k_0}{\epsilon_r}$$

$$F = \frac{k_0}{\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$F = F_0 / \epsilon_r$$

$$F = \frac{9 \cdot 10^{-7}}{4} N = 2,25 \cdot 10^{-7} N$$

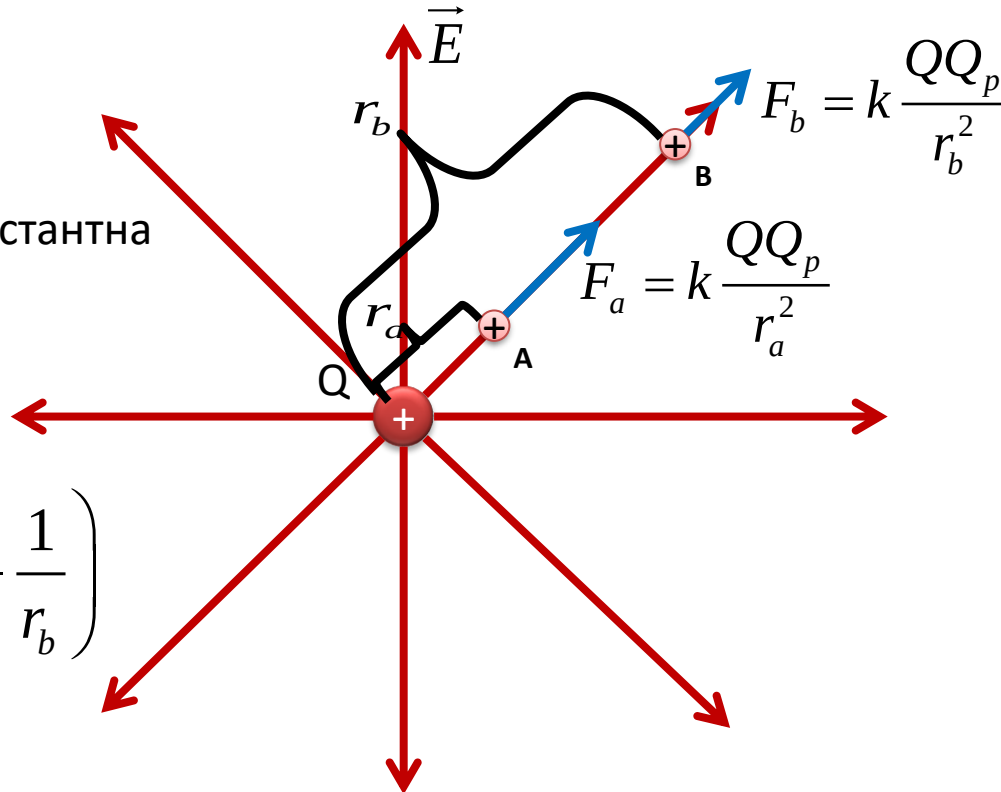
# Рад и потенцијал

- Потенцијал је рад који би се извршио помјерањем јединичног наелектрисања.

$$A = F \cdot d$$

Само ако је сила константна

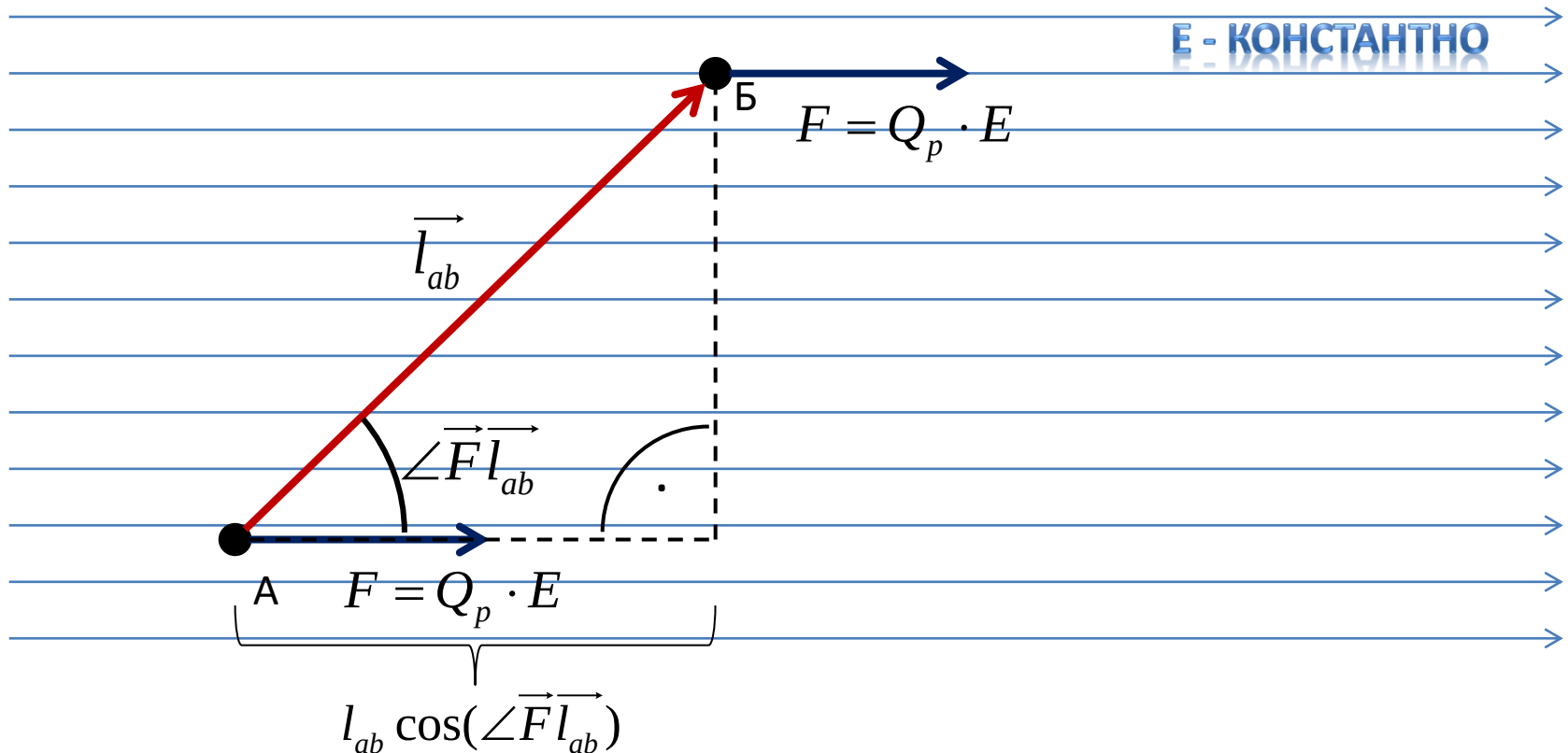
$$A = k \cdot Q \cdot Q_p \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$



**ПРОБЛЕМ!**  
За ово су  
потребни  
интеграли

# Рад у електростатичком пољу

- Константно електрично поље:  $A = F \cdot l_{ab} \cos(\angle \vec{F} \vec{l}_{ab})$



# Потенцијал

- Потенцијал је рад који електростатичко поље изврши помјерајући јединично наелектрисање ( $Q=1\text{C}$ ) из неке тачке у референтну тачку (обично бесконачност).

За тачкасто наелектрисање:

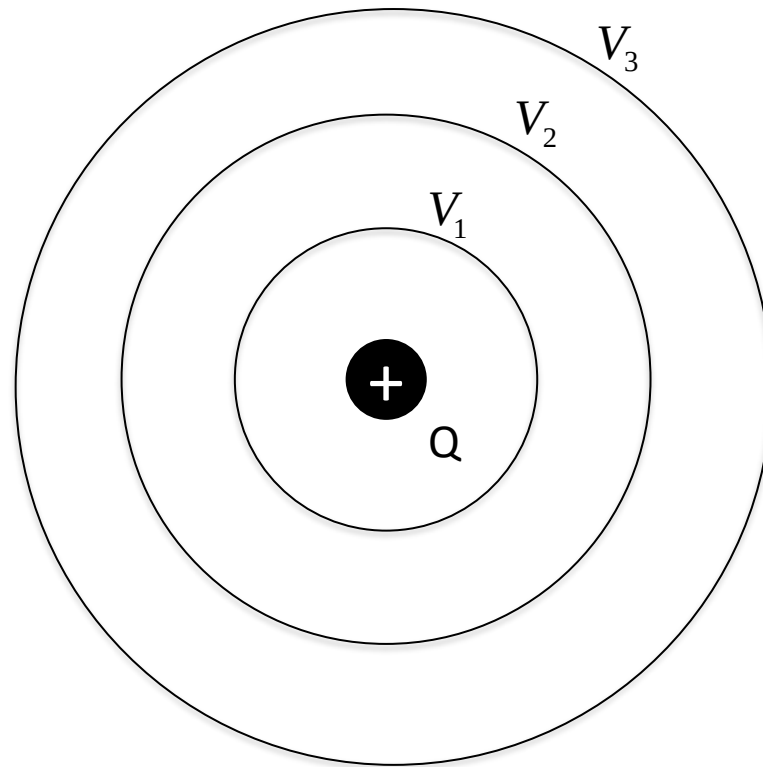
$$V = \frac{A_{A \rightarrow N}}{Q_p}$$

$$V = k \cdot \frac{Q}{r_a}$$

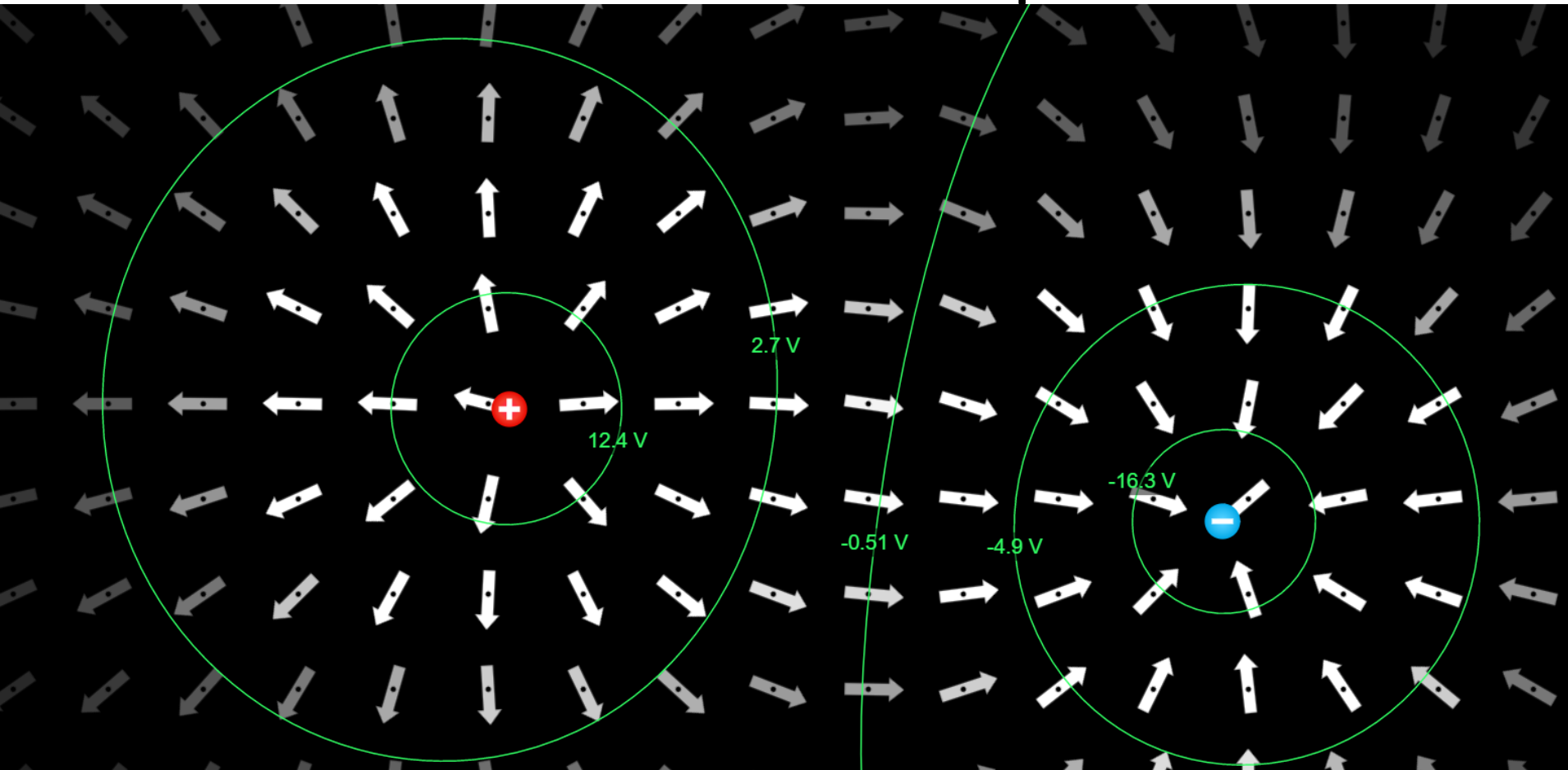
Јединица је ВОЛТ - V



# Еквипотенцијалне површине

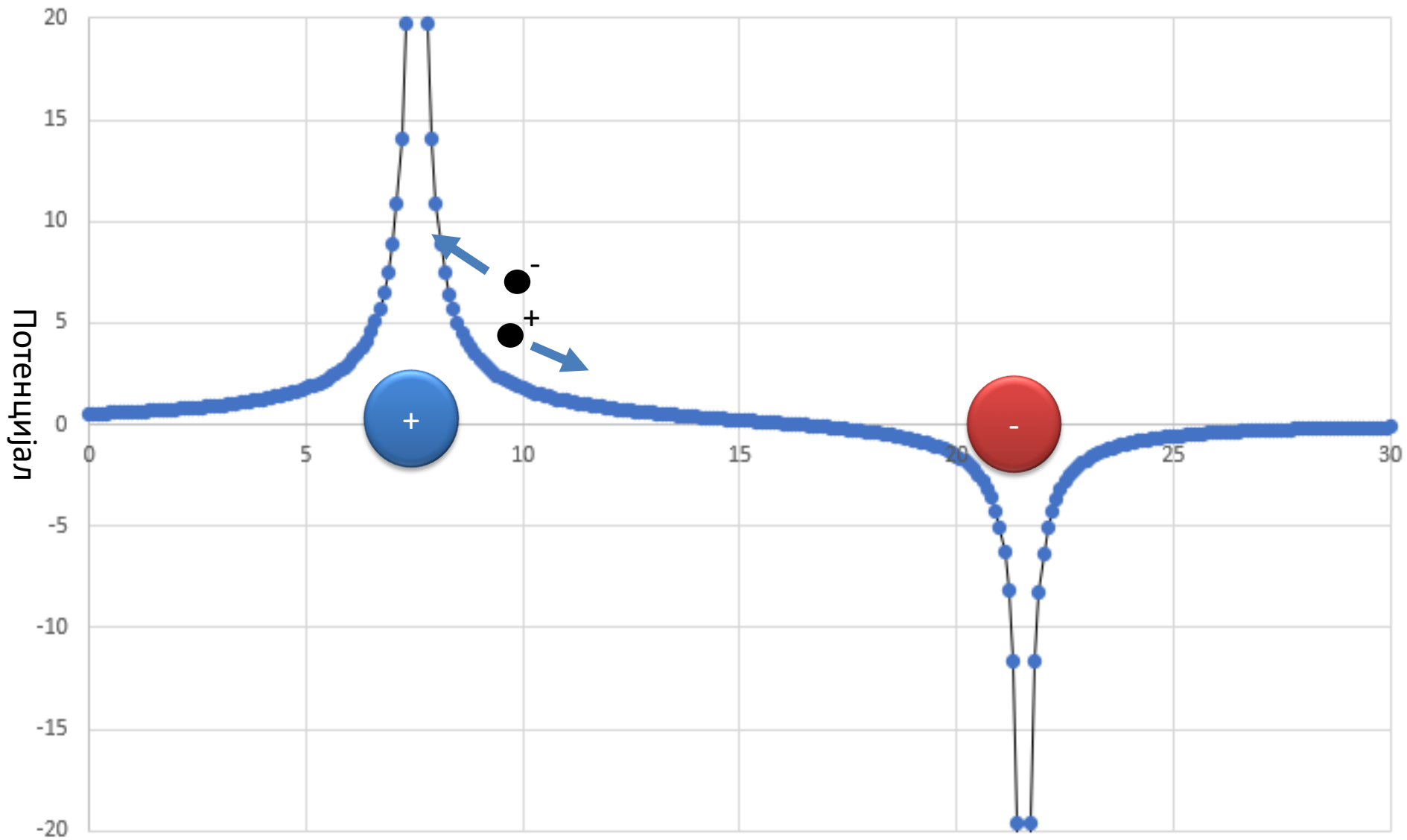


# Потенцијал око позитивних и негативних наелектрисања



# Потенцијал и наелектрисања

- Око позитивног наелектрисања потенцијал је позитиван и расте како раздаљина опада.
- Око негативног наелектрисања потенцијал је негативан и опада (расте у негативном правцу) што је тачка ближа.
- Позитивно наелектрисање се креће ка нижем потенцијалу
- Негативно наелектрисање се креће ка већем потенцијалу



# Напон

- Напон је разлика потенцијала двије тачке.

$$U = V_A - V_B$$

Јединица је ВОЛТ! [V]

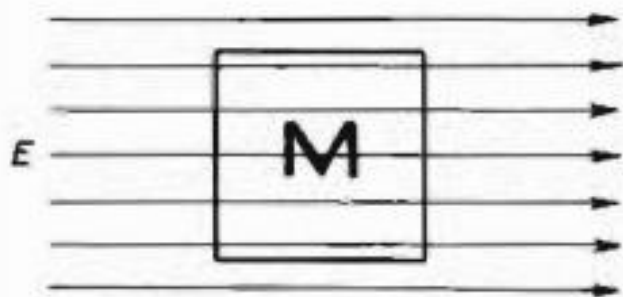
$$U = \frac{A_{A \rightarrow N}}{Q_p} - \frac{A_{B \rightarrow N}}{Q_p} = \frac{A_{A \rightarrow B}}{Q_p} = \frac{F \cdot l_{AB}}{Q_p} = \frac{Q_p \cdot E \cdot l_{AB}}{Q_p} = E \cdot l_{AB}$$

У случају да  $l_{ab}$  има исти правац и смјер као и  $E$ .  
У противном помножи са  $\cos(E l_{ab})$  као код рада!!

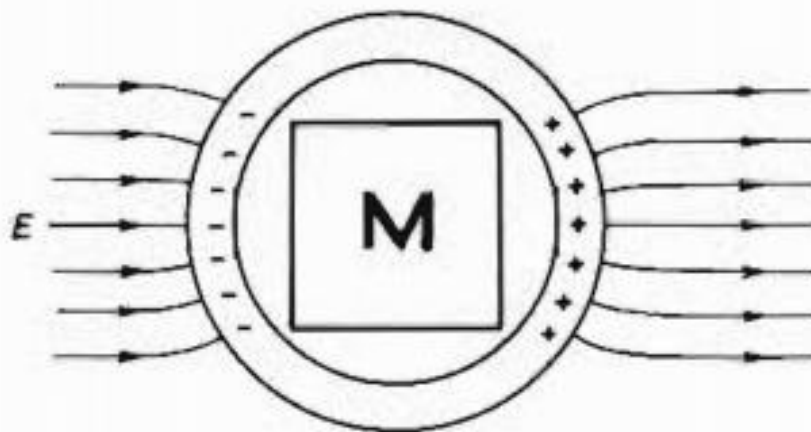
# Распоред наелектрисања у проводнику

- Када је проводник у електричном пољу, слободно наелектрисање се распоређује по површини проводника која је еквипотенцијална.
- Концентрација наелектрисања је већа на шиљатијим дјеловима проводника.

# Фарадејев кавез



*a)*



*б)*

*Сл. 2.24*

# Капацитивност

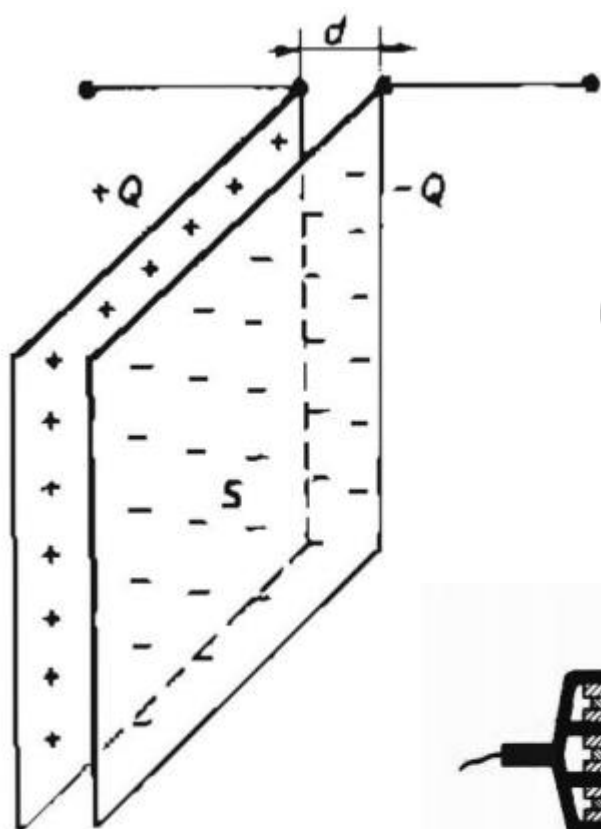
- Однос између количине наелектрисања и потенцијала. Описује колико наелектрисања треба за одређени потенцијал.
- Ознака:  $C$
- Јединица: фарад  $[F]$ .

$$Q = C \cdot V.$$

$$C = \frac{Q}{V}.$$



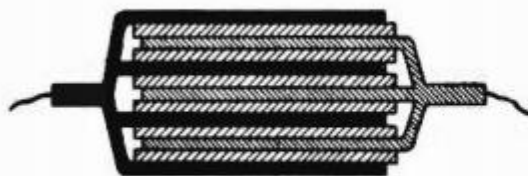
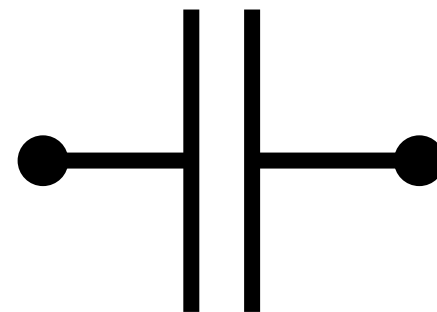
# Кондензатор



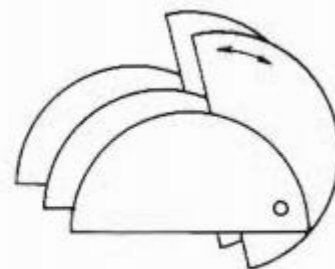
$$C = \frac{Q}{U}$$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

символ



С.л. 2.30

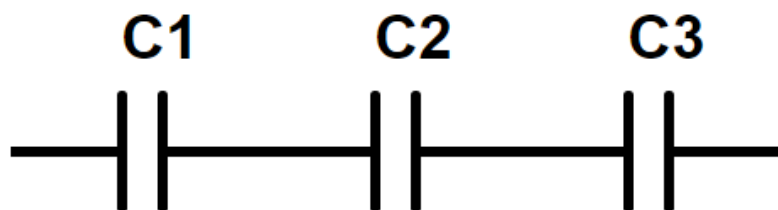


С.л. 2.31

# Везивање

## Редна веза

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

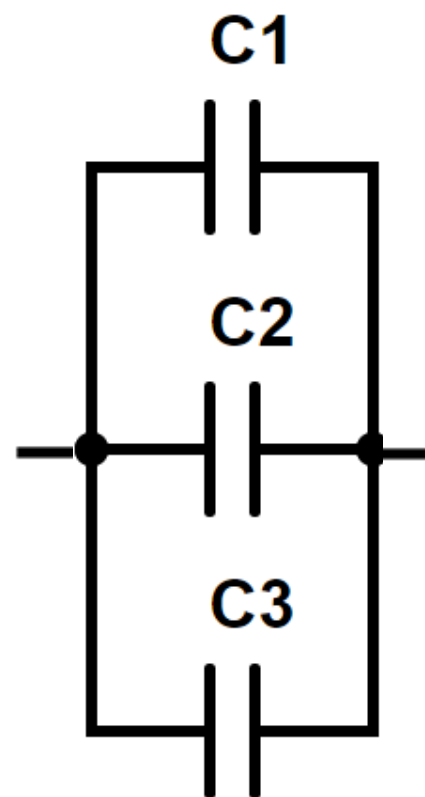


За редну везу само ДВА  
кондензатора:

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

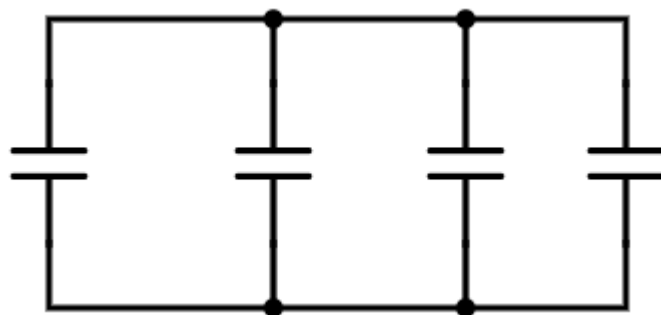
## Паралелна веза

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3$$



# Задатак 1

Четири кондензатора капацитивности 15pF, 25pF, 7pF и 8pF везани су на начин приказан на слици. Колика је еквивалентна капацитивност ове везе?



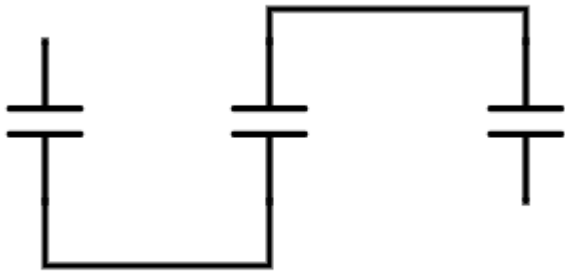
Која је ово веза?

**ПАРАЛЕЛНА**

$$\begin{aligned} C_e &= C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \\ &= 15\text{pF} + 25\text{pF} + 7\text{pF} + 8\text{pF} \\ &= 55\text{pF} \end{aligned}$$

## Задатак 2

Четири кондензатора капацитивности  $C_1=4\text{nF}$ ,  $C_2=6\text{nF}$  и  $C_3 = 8\text{nF}$  везани су на начин приказан на слици. Колика је еквивалентна капацитивност ове везе?



$$1\text{nF}=10^{-9}\text{F}$$

Која је ово веза?

**РЕДНА!!**

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_e} &= \left( \frac{1}{4 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{6 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{8 \cdot 10^{-9}} \right) \frac{1}{\text{F}} = \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) \frac{1}{\text{nF}} \\ &= \frac{6 + 4 + 3}{24} \frac{1}{\text{nF}} = \frac{13}{24} \frac{1}{\text{nF}} \end{aligned}$$

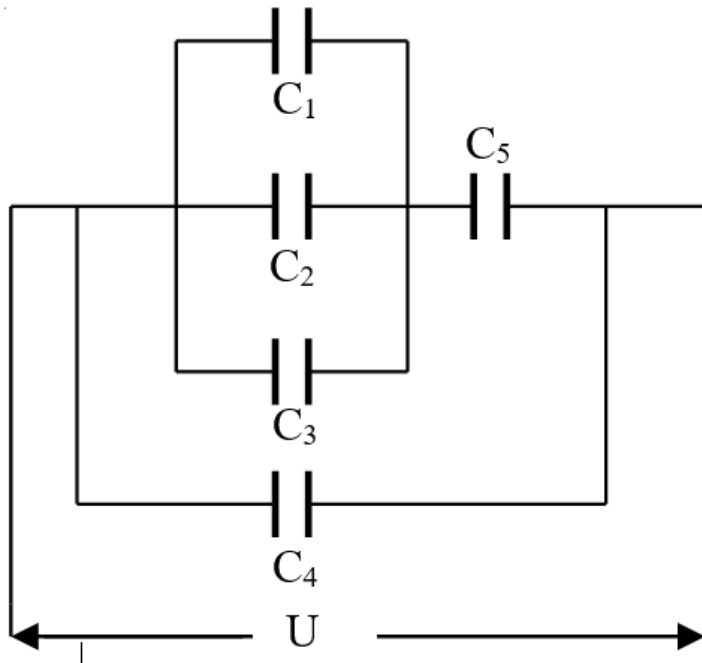
$$C_e = \frac{24}{13} \text{ nF} = 1,85 \text{ nF}$$

# Задатак 3

Дата је веза кондензатора на слици, прикључена на напон  $U = 80 \text{ V}$ . Познато је:  $C_1 = 30 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 70 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 60 \mu\text{F}$ ,  $C_4 = 20 \mu\text{F}$  и  $C_5 = 50 \mu\text{F}$ .

Израчунати:

- a) Еквивалентну капацитивност везе,
- b) Напон  $U_5$  на кондензатору  $C_5$

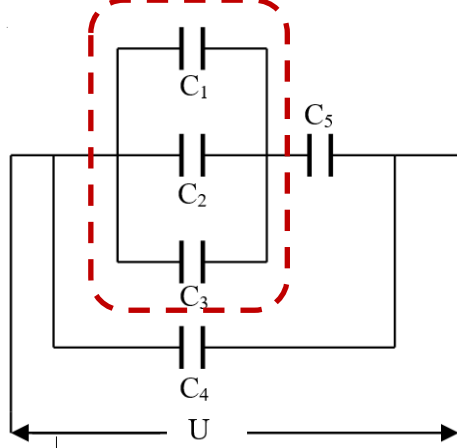


Која је ово веза?

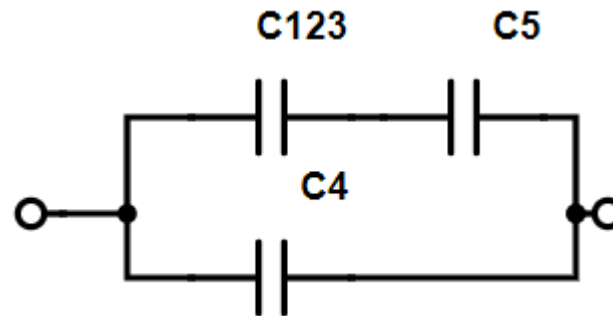
**МЈЕШОВИТА!!**

Значи да не можемо  
једном формулом  
израчунати еквива  
лентну капацитивност!!

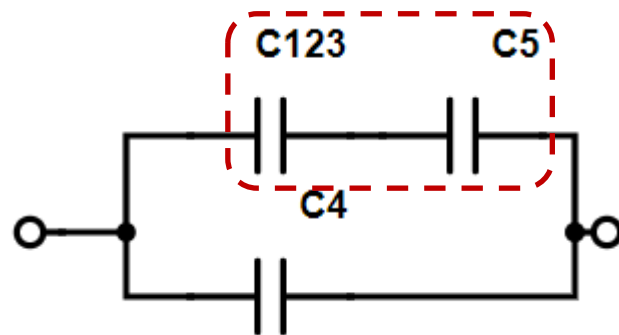
$C_1 = 30 \mu\text{F}$   
 $C_2 = 70 \mu\text{F}$   
 $C_3 = 60 \mu\text{F}$   
 $C_4 = 20 \mu\text{F}$   
 $C_5 = 50 \mu\text{F}$



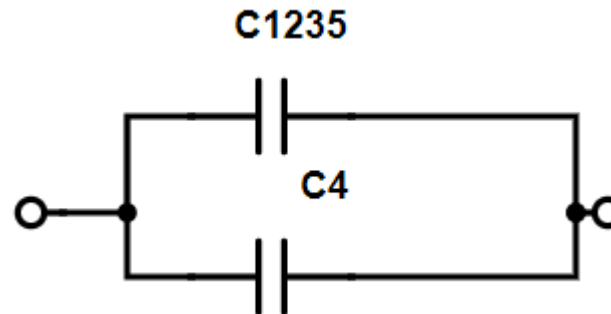
$\Rightarrow$



$$C_{123} = C_1 + C_2 + C_3 = 160 \mu\text{F}$$



$\Rightarrow$



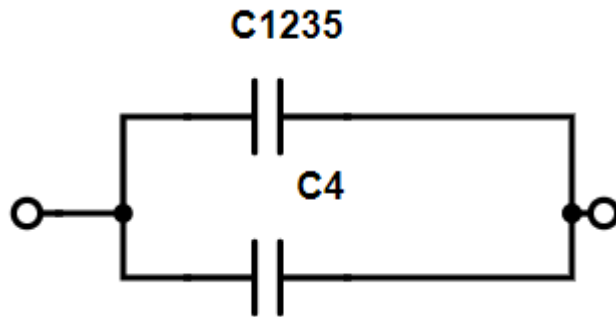
$$C_{1235} = \frac{C_{123} C_5}{C_{123} + C_5} = \frac{160 \cdot 50}{160 + 50} \mu\text{F} = 38 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{1235}} = \frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_5} = \left( \frac{1}{160} + \frac{1}{50} \right) \frac{1}{\mu\text{F}} = \frac{5 + 16}{800} \frac{1}{\mu\text{F}} = \frac{21}{800} \frac{1}{\mu\text{F}}$$

$$C_{1235} = \frac{800}{21} \mu\text{F} = 38 \mu\text{F}$$

$$C_{1235} = 38 \mu\text{F}$$

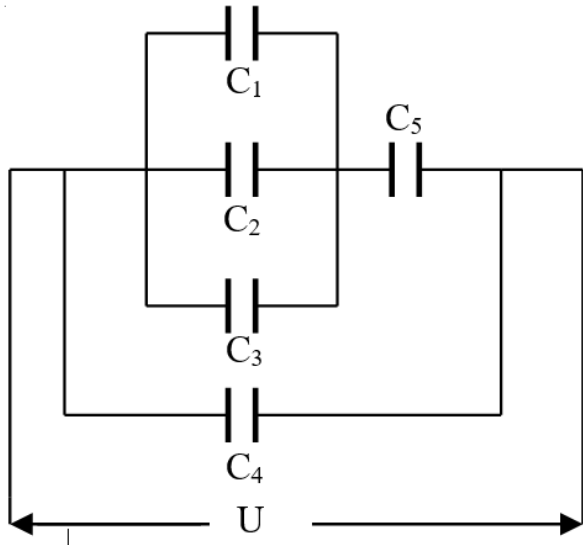
$$C_4 = 20 \mu\text{F}$$



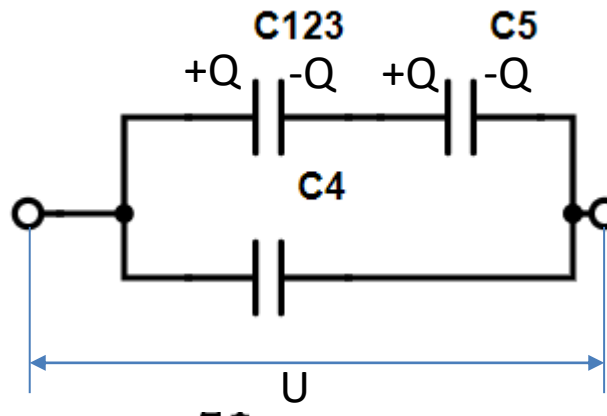
Решење а)

$$C_e = 38 \mu\text{F} + 20 \mu\text{F} = 58 \mu\text{F}$$

## б) Напон $U_5$ на кондензатору $C_5$



Редно везани кондензатори имају исту количину наелектрисања а различите напоне. Количина наелектрисања је иста као да је еквивалентни конд. На истом напону.



$$C_{123} = 160 \mu\text{F}$$

$$C_{1235} = 38 \mu\text{F}$$

$$C_4 = 20 \mu\text{F}$$

$$C_5 = 50 \mu\text{F}$$

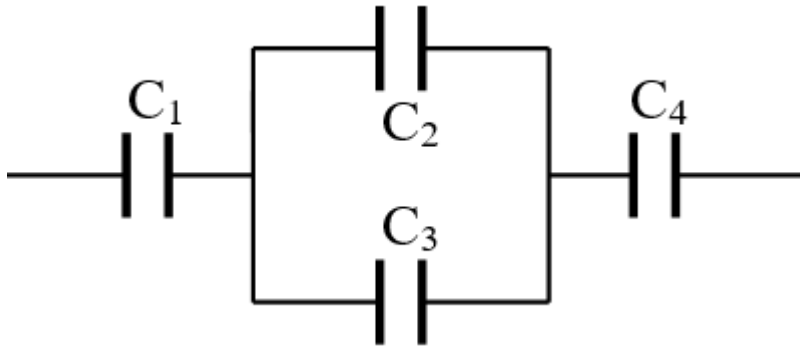
$$U = 80\text{V}$$

$$\begin{aligned} Q &= C_{1235} \cdot U = 38 \cdot 10^{-6} \text{F} \cdot 80\text{V} \\ &= 3040 \cdot 10^{-6} \text{C} = 3,04 \cdot 10^{-3} \text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_5 &= \frac{Q}{C_5} = \frac{3,04 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6}} \\ &= 0,0608 \cdot 10^{-3+6} = 60,8\text{V} \end{aligned}$$

## Задатак 4

Ако је еквивалентна капацитивност везе на слици  $C_e = 1,92 \mu\text{F}$  а појединачне капацитивности  $C_2 = 4 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 6 \mu\text{F}$  и  $C_4 = 8 \mu\text{F}$ , одреди капацитивност  $C_1$ .





## Задатак 5

Израчунај  
еквиваленту  
капацитивност везе  
са слике ако је:

$C_1=15\text{nF}$ ,  $C_2 = 6\text{nF}$ ,  
 $C_3 = 5\text{nF}$ ,  $C_4=8\text{nF}$ ,  
 $C_5=8\text{nF}$  и  $C_6=15\text{nF}$ .

