

1. *Основе електротехнике*

1.1. УВОДНИ ДЕО

Прва сазнања о електричним појавама потичу још из античког доба. Грчки филозоф Талес из малоазијског града Милета, описао је 600. године пре нове ере једноставан оглед: ако се комад ћилибара протрља вуненом тканином, и ћилибар и тканина стичу својство да привлаче сасвим лаке предмете, као што су праменови вуне, косе, дрвени опилци итд. Следећих двадесет векова ова појава није побуђивала неко интересовање. Тек око 1600. године енглески лекар Вилијем Џилберт (William Gilbert, 1544 — 1603) испитао је детаљно овај експеримент. Установио је да својство привлачења лаких предмета стичу трењем и многа друга тела: стакло, ебонит, разне врсте смоле, крзно. По грчкој речи електрон, што значи ћилибар, Џилберт је тела, која су трењем стекла ову особину, назвао наелектрисана тела.

После Џилбертовог открића дошло је до наглог развоја сазнања о електрицитету. Установљено је да трењем стакла о свилу, или ебонита о крзно, и стакло и ебонит стичу својство да привлаче лаке предмете, али да се и међусобно привлаче. Међутим, два комада стакла или ебонита наелектрисана трењем о исто тело међусобно се одбијају. Детаљни експерименти су показали да се сва тела, која могу да се наелектришу, међусобно привлаче или одбијају. Пошто нису имала то својство пре наелектрисања, новостечена карактеристика тела приписивана је вишку или мањку неке „сустанце“, која приликом трења прелази са једног тела на друго. После многобројних расправа, дошло је до претпоставке да се ради о две сустанце. Те сустанце назване су две врсте наелектрисања или две врсте електрицитета. По тој претпоставци, ако два тела имају вишак исте врсте наелектрисања, она се међусобно одбијају, а ако су ти вишкови различите врсте, тела се привлаче. Ову теорију о две врсте електрицитета дао је 1733. Дифеј (C. F. du Fay, 1698 — 1739). Насупрот овој тзв. дуалистичкој теорији, амерички физичар Бенџамин Франклин (B. Franklin, 1706 — 1790) поставља унитаристичку хипотезу, по којој постоји само једна врста електрицитета, а тело је наелектрисано ако има мањак или вишак тог наелектрисања у односу на неутрално стање. Тела са вишком наелектрисања Франклин је назвао позитивно наелектрисана и ту количину електрицитета означавао је знаком плус (+), а тела са мањком електрицитета — негативно наелектрисана и ову количину електрицитета означавао знаком минус (—).

Садашња сазнања о електрицитету су донекле комбинација Франклиновог и Дифејевог учења. Сматра се да постоје две врсте наелектрисања: позитивно и негативно.

Даљи развој науке о електричним појавама био је веома брз. Већ крајем XVIII века експериментално је откривен закон електричне силе између два

наелектрисана тела, а у првој половини XIX века велики број физичара долази до нових сазнања о електричним појавама (Фарадеј, Ом, Кирхоф, Ленц, Цул). Дубље разумевање електричних појава постало је могуће тек открићем структуре атома крајем прошлог и почетком овог века. Основу електричних појава представљају процеси који се одвијају у самој структури материје, па, према томе, изучавање електротехнике треба започети изучавањем структуре материје.

1.2. О СТРУКТУРИ МАТЕРИЈЕ

Под појмом материје подразумева се све оно што објективно и независно од посматрача постоји. Сва физичка тела састоје се од материје, мада материју чине и многи облици који директним утицајем на наша чула не изазивају никакав осећај. У свакодневном говору под појмом материје обично се мисли на материјал, мада је то само један, најлакше препознатљив, вид материје. Материја постоји и у виду гравитационог или електромагнетног поља, нуклеарних сила, итд. Материја и кретање су у нераскидивој вези: једно без другог не могу да постоје. Облици кретања материје су веома различити. Најпростије је механичко кретање, али постоје и далеко сложенији видови кретања, што се среће у низу електричних појава, затим у пољу нуклеарних сила итд.

Најбитније карактеристике материје су њена маса и енергија. Масу је Њутн (I. Newton, 1643–1727) дефинисао 1687. године као меру за количину материје, док савремена физика масу посматра као меру за инерцију тела. Масу обележавамо симболом m . Друго својство материје, енергија (E), представља способност тела да изврши рад. Резултат обављеног рада јесте прелазак енергије из једног облика у други. Маса и енергија су повезане међусобно и та веза је дата Ајнштајновом (A. Einstein, 1879–1955) једначином:

$$E = m \cdot c^2, \quad (1.1)$$

где је E – енергија, m – маса и c – брзина светлости у вакууму. Промена масе тела омогућава одређивање количине енергије која се при томе ослобађа. Ако се маса тела промени за Δm , и енергија тела се промени за величину:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2. \quad (1.2)$$

Елементарне честице од којих је изграђен сав материјални свет су електрон, протон и неутрон. Они, заједно, сачињавају атом, најмању честицу која у хемијским реакцијама остаје непромењена (атомос – грчки недељив).

Електрон је негативно наелектрисана честица и носи најмање негативно наелектрисање које се може наћи у природи. Маса електрона у стању мировања износи:

$$m_{e0} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}. \quad (1.3)$$

Ако се електрон креће брзином v у односу на посматрача, његова маса се одређује по једначини теорије релативитета:

$$m_e = \frac{m_{e0}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \quad (1.4)$$

где је c брзина светлости у вакууму. Пошто је наелектрисање електрона најмања количина негативног електрицитета која се може наћи у природи, она се назива елементарни квант негативног електрицитета и обележава симболом e .

Протон је позитивно наелектрисана честица. Наелектрисање протона је по апсолутној вредности једнако наелектрисању електрона и то је најмања количина позитивног електрицитета у природи — елементарни квант позитивног електрицитета и обележава се симболом p . Маса протона је око 1840 пута већа од масе електрона:

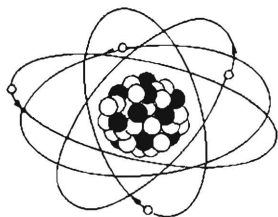
$$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg.} \quad (1.5)$$

Неутрон n је честица у електрички неутралном стању. Маса неутрона је приближно једнака маси протона:

$$m_n = 1,674 \cdot 10^{-27} \text{ kg.} \quad (1.6)$$

Да бисмо објаснили појаве које се јављају међу наелектрисаним телима, довољно је представити атом по Нилс Боровом планетарном моделу (Niels Bohr, 1885—1962), слика 1.1.

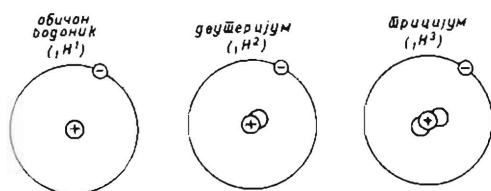
Неутрони и протони образују компактну групу која се назива језгро (нуклеус) атома. Отуда се ове две врсте честица називају нуклеони. Узима се да језгро атома има облик сфере чији је пречник $d \approx 10^{-12} \text{ cm}$. Електрони се налазе изван језгра на релативно великим одстојањима и крећу се по кружним и елиптичним путањама око језгра, као планете око Сунца. Пречник путање најудаљенијег електрона од језгра дефинише се као пречник атома и он је 10^4 пута већи од пречника језгра. То значи да је врло мали део унутрашњости атома испуњен материјалом у ужем смислу те речи. Електрони образују електронски омотач. Маса атома сконцентрисана је у његовом језгру. Електрони, кружећи око језгра, истовремено ротирају и око сопствене осе. Та ротација се назива *спин* електрона.



Сл. 1.1

Број електрона у основном стању атома једнак је броју протона, тако да се овакви атоми у односу на своју околину понашају електрички неутрално. Редни број елемента у табlici периодног система Z одређен је бројем електрона атома у основном стању. Маса атома приближно је одређена збиром броја протона и неутрона и представља атомски број A , тако да се број неутрона N у атому одређује:

$$N = A - Z. \quad (1.7)$$



Сл. 1.2

Најсложенији у природи је атом урана који има 92 електрона, а језгро му се састоји од 92 протона и 146 неутрона. Вештачким путем је створено још неколико елемената са сложенијим атомима — тзв. трансуранијски елементи (нпр. нептунујум, плутонијум, америцијум).

Ако атоми једног елемента имају исти број протона, а различит атомски број, онда садрже различит број неутрона и називају се изотопи тог елемента. Пример изотопа дат је на слици 1.2: а — водоник; б — деутеријум; с — трицијум.

Два или више атома истог или различитих хемијских елемената могу да се удруже и тада образују молекул. Изузев на врло блиским растојањима, атоми и молекули који имају све своје електроне не делују међусобно електричним силама. Укупно наелектрисање сваког потпуног атома је једнако нули.

1.3. ПОЈАМ НАЕЛЕКТРИСАНОГ ТЕЛА

Електрони су око језгра распоређени у слојевима који се називају љуске. За сада је довољно напоменути да се у извесним случајевима, и при извесним условима, неки електрони из спољашње љуске могу одвојити од свог атома и припојити електронима из спољашње љуске неког другог атома. У таквом случају оба атома престају да буду електрички неутрални. Онај атом који је изгубио електрон има вишак од једног протона, па је цео атом позитивно наелектрисан — позитиван јон. Атом који је примио електрон има вишак негативног електрицитета па је негативно наелектрисан — негативан јон. Таква два атома делују међусобно електричним силама и кад су на већем међусобном растојању. Свако тело које има „вишак“ или „мањак“ електрона у својим атомима представља наелектрисано тело. Уместо речи *наелектрисање* често се користи термин *електрично општење* или само *општење*. Такође, ови изрази се користе и у смислу *наелектрисана честица*. Количина наелектрисања се често назива и *количина електричности* и представља коначан скуп елементарних наелектрисања.

Наелектрисање тела се описује количином електрицитета, физичком величином која се обележава симболом Q или q , при чему се велико слово употребљава за временски непроменљиве, а мало слово за количине електрицитета које се мењају у времену. Да бисмо количину наелектрисања неког тела описали, потребно је да одредимо јединицу којом га меримо. Наелектрисање сваког тела јавља се као цео број електрона (или протона) и природно би било да тај елементарни квант узмемо за јединицу. То је, међутим, непрактично, јер свако наелектрисано тело има милијарде вишка електрона или протона. Због тога се за јединицу наелектрисања усваја много већа количина електрицитета. У електротехници је прихваћено:

$$\text{јединица наелектрисања} = \text{наелектрисање } 6,24181 \cdot 10^{18} \text{ протона.} \quad (1.8)$$

Ова јединица се назива *кулон* (Coulomb) и скраћено се означава са C . На основу једначине 1.8 можемо изразити наелектрисање протона и електрона преко усвојене јединице кулона:

$$\text{наелектрисање протона} = \frac{10^{-18}}{6,24181} = 0,1602 \cdot 10^{-18} C. \quad (1.9)$$

Као што је већ речено, за количину наелектрисања се користи ознака Q и подразумева се да количина електрицитета може бити позитивна, па је

$Q > 0$ (нпр. $Q_1 = 1 \cdot 10^{-8}$ C), или негативна, па је $Q < 0$ (нпр. $Q_2 = -0,5 \cdot 10^{-8}$ C). Зато се каже да Q представља алгебарску вредност количине оптерећења. Изузетак у означавању је апсолутна вредност наелектрисања електрона која се обележава са e :

$$e = 0,1602 \cdot 10^{-18} \text{ C.} \quad (1.10)$$

и представља наелектрисање протона, а наелектрисање електрона је $-e$.

Свака количина наелектрисања, позитивног или негативног, која се може наћи у природи може се исказати као:

$$Q = \pm Ne, \quad (1.11)$$

где је N цео број.

1.4. ИЗОЛАТОРИ, ПРОВОДНИЦИ И ПОЛУПРОВОДНИЦИ

Сви материјали које срећемо у природи у електричном погледу могу се поделити у три групе: изолаторе, проводнике и полупроводнике. Основу за овакву поделу чини способност ових материјала да проводе електрицитет.

У групу *изолатора*, који се називају и *диелектрици*, спадају материјали код којих су у нормалним условима електрони из спољашње љуске чврсто везани за свој атом или групу атома која образује молекул. Ако се у близини изолатора налази неко наелектрисано тело, електричне силе ће деловати и на језгра атома и на електроне у електронским љускама, али неће доћи ни до каквог кретања ни једних ни других, него само до мале деформације атома. У диелектрицима постоје и наелектрисане честице које могу слободно да се крећу, али је њихов број веома мали. Под дејством електричне силе доћи ће до усмереног кретања ових честица, али се то организовано кретање у највећем броју случајева може занемарити. У групу изолатора спадају: порцулан, лискун, пластичне масе, гума, минерална уља, ваздух итд.

У другу групу спадају *проводници*. Постоји више врста проводника али сви имају једно заједничко својство: у њиховом саставу постоји велики број наелектрисаних честица које могу слободно да се крећу кроз материјал. Најважнији проводници су метали, као бакар, алуминијум, сребро итд. У металима су електрони из спољашње љуске веома лабаво везани за свој атом, тако да постоји стално кретање тих електрона од атома до атома. Ови електрони се називају слободни или електрони проводности и под дејством и најмањих електричних сила почињу усмерено да се крећу.

У случају течних раствора неутрални молекули растворене супстанце се распадају на два супротно наелектрисана дела — позитивне и негативне јоне. И јони у раствору почињу да се крећу у смеру електричних сила ако ове на њих делују.

Јони могу да постоје и у гасовима. Ако у неком гасу нема јона, не може доћи ни до кретања наелектрисаних честица под дејством електричних сила, и гас се понаша као изолатор. Ако у гасу постоје јони, они се крећу под дејством електричних сила. Ако их је мали број, као у ваздуху при нормалним условима, гас ће се и даље понашати као диелектрик. При деловању великих

електричних сила, јон добија између два судара са неутралним молекулима веома велику брзину, и при судару разбија молекул на два супротно наелектрисана дела — јона (тзв. ударна јонизација). Број јона у гасу нагло расте и гас се понаша као проводник.

Трећу групу материјала чине *полупроводници*. У њима је број наелектрисаних честица, које могу да се слободно крећу под дејством електричних сила, много мањи него у случају проводника, али и много већи него код изолатора. У полупроводнике спадају силицијум, германијум и неки други материјали.

1.5. ПОЈАМ ФИЗИЧКЕ ВЕЛИЧИНЕ. БРОЈНА ВРЕДНОСТ

Да би се изучавале физичке појаве, уведене су тзв. физичке величине помоћу којих се изражавају физичка својства и стања материјалних тела и средина. Физичке величине су нпр.: дужина, маса, време, јачина електричне струје, брзина итд.

Физички закон је израз међусобног односа физичких величина које учествују у некој природној појави. Физички закони могу се исказати речима или, што се чешће ради, изразити у виду једначина. Приликом писања закона у виду једначина, наместо физичких величина стављају се ознаке, симболи, које су усвојене за одговарајуће величине. За ознаке се узимају слова грчке азбуке и латинице, нпр. симбол за рад је A , силу F , дужину l , време t , кружну учестаност ω итд.

Све физичке величине у општем случају деле се на основне и изведене.

Под основним величинама подразумевамо оне величине које имају највећи значај у одговарајућој области физике, које немају никакве природне везе између себе и не дефинишу се помоћу других величина. Све остале физичке величине које се могу разложити на основне називају се изведене величине. У одређеној области физике број основних величина p једнак је разлици између броја свих величина m које се јављају у тој области и броја независних веза n међу њима:

$$p = m - n. \quad (1.12)$$

Број p се назива степен система.

Тако, на пример, у геометрији имамо само једну основну величину — дужину, у кинематици су потребне и довољне две: дужина и време, у динамици три: дужина, маса и време, у електромагнетици четири: дужина, време, маса, јачина струје итд.

Физичке величине разликују се међусобно по својој природи. Природу посматране величине изажавамо формулом која се назива димензиона једначина. Она показује којим основним величинама и на ком степену је пропорционална посматрана изведена величина. Димензиона једначина добија се из једначине која повезује посматрану са основним или другим изведеним величинама ако се одбаце бројни коефицијенти. При томе изрази губе квантитативно значење и у њима не можемо више задржати знак једнакости, већ га замењујемо знаком једнакости између заграда ($=$), који казује да лева и десна страна имају исту природу, а не да су и количински једнаке. На пример, физички закон који се односи на једнолико кретање је:

$$v = \frac{s}{t}. \quad (1.13)$$

а) *Директно мерење*. Под директним мерењем подразумевамо непосредно читање мерених величина са мерних инструмената. Овај начин мерења је најраширенији у пракси и најлакши. Тако, на пример, помоћу волтметра можемо одмах очитати величину напона, помоћу амперметра јачину струје, ватметра величину снаге итд.

б) *Индиректно мерење*. Вредност неких величина можемо одредити тако што их израчунавамо помоћу израза у којима је та величина повезана с другима које меримо директно. Тако, на пример, величину отпора R можемо одредити ако очитамо директно напон U на волтметру и струју I на амперметру, па по Омовом закону израчунамо:

$$R = \frac{U}{I} \quad (\Omega) \quad (1.21)$$

в) *Нулте методе* (методе поређења). Код нултих метода мерни поступак се спроводи тако што се деловање величине коју меримо уравнива деловањем друге познате величине. Да би се констатовало да је заједничко деловање обеју величина једнако нули, користе се индикатори. У нулте методе спадају методе мостова методе компензације.

1.9. ГРЕШКЕ ПРИ МЕРЕЊУ

Основни задатак мерне технике је да одреди праву вредност мерене величине у одређеним околностима. Међутим, и уз примену најтачнијих мерних метода и инструмената долази до мањег или већег одступања измерене вредности од праве вредности мерене величине. Разлог тим одступањима су несавршености мерне опреме, мерног поступка, мерног објекта и грешке лица које мери. Без обзира на порекло грешке, у мерењу мора да се да обрачун грешака који нам показује са коликом тачношћу је извршено мерење. Обрачун грешака састоји се у израчунавању апсолутне и релативне грешке.

Апсолутном грешком при мерењу називамо разлику између вредности величине коју смо добили мерењем и стварне вредности величине коју смо мерили. Нека меримо неку величину X , и ако њена измерена вредност износи X_m а права вредност X_t , апсолутна грешка ће бити:

$$\Delta X = X_m - X_t \quad (1.22)$$

Ова величина је исте природе као и мерена и изражава се истим мерним јединицама којима смо мерили величину. Апсолутна грешка може бити позитивна или негативна, већ према томе да ли смо мерењем добили већу или мању вредност од стварне вредности. На пример, мерењем струје добили смо $I_m = 2,2 \text{ mA}$, а њена права вредност је $I_t = 2,4 \text{ mA}$, апсолутна грешка у мерењу је:

$$\Delta I = I_m - I_t = (2,2 - 2,4) \text{ mA} = -0,2 \text{ mA}.$$

Апсолутна грешка не пружа нам закључак о тачности мерења, јер за одређивање тачности морамо знати и сразмерност грешке према мерној величини. Зато се уводи *релативна грешка* као однос апсолутне грешке и стварне вредности величине коју смо мерили:

$$d = \frac{\Delta X}{X_t} = \frac{X_m - X_t}{X_t} \quad (1.23)$$

Релативна грешка је неименован број и најчешће се изражава у процентима:

$$d\% = d \cdot 100\% = \frac{\Delta X}{X_t} \cdot 100\%. \quad (1.24)$$

Релативна грешка из претходног примера мерења струје износи:

$$d\% = \frac{\Delta I}{I_t} \cdot 100\% = \frac{-0,2 \text{ mA}}{2,4 \text{ mA}} \cdot 100\% = -8,33\%.$$

У обрачуну грешака даје се још и *поправка* или *корекција*, величина супротна по знаку апсолутној грешци.

$$K = -\Delta X = X_t - X_m. \quad (1.25)$$

Корекција K се мора додати резултату мерења да би се добила права вредност мерене величине:

$$X_m + K = X_m + X_t - X_m = X_t. \quad (1.26)$$

Код прибора за мерење сласмената мернога кола, на пример, мерног отпорника, на коме је назначена његова отпорност, релативна грешка се даје као:

$$d\% = \frac{\text{назначена вредност} - \text{права вредност}}{\text{права вредност}} \cdot 100\%. \quad (1.27)$$

Нека је на отпорнику назначено да има отпорност $R = 100 \Omega$, а прецизним мерењем је установљено да је $R_m = 100,15 \Omega$, онда је релативна грешка:

$$\begin{aligned} d\% &= \frac{R - R_m}{R_m} \cdot 100\% = \frac{(100 - 100,15)}{100,15} \cdot 100\% = \frac{-0,15}{100,15} \cdot 100\% = \\ &= -0,1498\% \approx -0,15\%. \end{aligned}$$

Према пореклу, разликујемо три врсте грешака: систематске, случајне и грубе.

Систематске грешке настају због несавршености инструмената, прибора за мерење, погрешног избора метода мерења, разних спољних утицаја и грешака лица које мери. Систематске грешке су увек одређеног знака (нпр. сваки амперметар мери мању јачину струје кроз пријемник од стварне), па се отклањају путем корекције.

Случајне грешке су разлике које добијамо ако понављамо мерење више пута под истим условима, истим мерним инструментима и прибором, подједнако савесно и прецизно. Да би се смањиле случајне грешке, мери се више пута, па се као резултат узима аритметичка средина:

$$X_m = \frac{X_{m1} + X_{m2} + \dots + X_{mn}}{n}, \quad (1.28)$$

где је $X_{m1} \dots X_{mn}$ — добијене вредности при мерењу,

n — број извршених мерења.

Грубе грешке настају непажњом оног који мери, избором погрешне методе мерења или због неуочавања узрока грешке. Није реткост да се због непажње погрешно очита отклон казальке на инструменту, нарочито оном који има више скала. Такви пропусти могу се избећи пажљивошћу и познавањем свеукупног мерног поступка.

ПИТАЊА

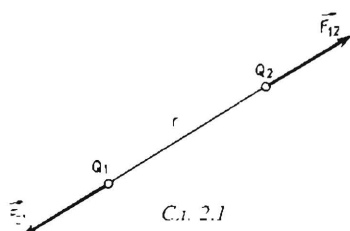
1. Шта је материја?
2. Шта је атом?
3. Које честице сачињавају атом?
4. Шта је елементарно наелектрисање?
5. Шта је узето за јединицу количине наелектрисања?
6. Шта су изолатори, проводници и полупроводници?
7. Како делимо физичке величине?
8. Шта је јединица неке физичке величине?
9. Које су основне јединице SI система?
10. Које врсте грешака настају при мерењу физичких величина?

2. Електростатика

Електростатика је део науке о електрицитету која обухвата проучавање електрицитета у стању мировања, распоред електрицитета на телима, наелектрисање тела и узајамно дејство наелектрисаних тела под претпоставком да нема електричне струје. У електростатици се проучавају физички процеси који се одигравају у простору око наелектрисаних тела.

2.1. КУЛОНОВ ЗАКОН

Раније смо већ дефинисали појам наелектрисаног тела. То је оно тело које има вишак било позитивних било негативних елементарних оптерећења. Два наелектрисана тела се привлаче ако су им наелектрисања супротног знака, а одбијају ако су им наелектрисања истог знака — што значи да у стању мировања делују узајамном силом која се назива електростатичка.



Француски физичар Шарл Кулон (С. А. Coulomb, 1736—1806) проучавао је електростатичку силу између два наелектрисана тела у стању мировања чије су димензије знатно мање од њиховог растојања. Таква два наелектрисања називају се тачкаста или пунктуална оптерећења. Мењајући количине електрицитета и њихово међусобно растојање, Кулон је закључио да је интензитет силе

директно сразмеран производу количине електрицитета оба тела, а обрнуто сразмеран квадрату њиховог растојања. Сила делује дуж линије која најкраћим путем спаја тела, привлачна је ако су тела разноимено наелектрисана, односно одбојна ако су тела наелектрисана истом врстом електрицитета (слика 2.1).

Интензитет силе зависи и од средине у којој се тела налазе. Овако дефинисана сила узајамног дејства два наелектрисана тела представља Кулонов закон и математички се означава једначином:

$$F_{12} = F_{21} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = F, \quad (2.1)$$

где су Q_1 и Q_2 количине наелектрисања тачкастих тела, а r њихово међусобно растојање. Константа k је физичка величина и одређује се из једначине 2.1:

$$k = \frac{F \cdot r^2}{Q_1 \cdot Q_2}. \quad (2.2)$$

Димензиона једначина константе је:

$$k(=) F \cdot l^2 \cdot Q^{-2}, \quad (2.3)$$

а њена јединица:

$$k_u = F_u \cdot l_u^2 \cdot Q_u^{-2} = N \cdot m^2 \cdot C^{-2}. \quad (2.4)$$

Мерењима је утврђено да је константа k једнака:

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, \quad (2.5)$$

с обзиром на то да су се наелектрисања приликом извођења експеримента налазила у ваздуху. Показано је да се исти резултати за силу добијају и ако се експерименти врше у вакууму, па је константа k иста и за вакуум. Уобичајено је да се та константа пише у облику:

$$k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0}, \quad (2.6)$$

где је ϵ_0 нова константа и назива се диелектрична константа вакуума. Уводећи у израз за Кулонов закон константу k написану у облику једначине (2.6), многи други закони у електротехници имају једноставнији математички облик. На основу једначина 2.5 и 2.6 за диелектричку константу вакуума ϵ_0 добијамо:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi} \cdot 10^{-9} \frac{C^2}{N \cdot m^2} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \quad (2.7)$$

Уместо јединице C^2/Nm^2 за ϵ_0 користи се једноставнија еквивалентна јединица Фарад по метру (F/m). Фарад је јединица за капацитивност о чему ће бити речи касније.

При истим наелектрисањима и истом растојању између њих, сила међусобног дејства наелектрисаних тела је највећа у вакууму.

С обзиром на то да се наелектрисана тачкаста оптерећења могу наћи и у другим срединама, у једначину 2.6 уводи се апсолутна диелектрична константа:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r, \quad (2.8)$$

где је:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}. \quad (2.9)$$

Релативна диелектрична константа неке средине ϵ_r је неименован број који показује колико је пута узајамна сила пунктуалних наелектрисања у датој средини мања од силе која делује када се ова оптерећења нађу у вакууму на истом растојању. Уводећи константу k , интензитет силе, дефинисане Кулоновим законом, гласи у коначном облику:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (2.10)$$

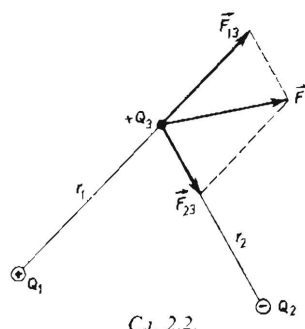
Ако посматрамо дејство више пунктуалних оптерећења на једно тачкасто наелектрисање, онда је укупна електрична сила којом та оптерећења делују на посматрано једнака векторском збиру сила којима та тела делују понаособ. Овај експериментално добијен резултат се обично назива принцип суперпозиције електричних сила (слика 2.2).

Сила $\vec{F}$ која делује на Q_3 је:

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}, \quad (2.11)$$

при чему се $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{23}$ израчунавају према обрасцу 2.10.

Ако наелектрисана тела имају велике димензије у односу на њихово међусобно растојање, онда се сила $\vec{F}$ не може приказати напред наведеном релацијом.



С.л. 2.2.

2.2. ЕЛЕКТРИЧНО ПОЉЕ

Узајамно деловање електричних оптерећења остварује се кроз материјалну средину која окружује наелектрисања. Наелектрисано тело мења квалитативно простор око себе. То нарочито физичко стање у околини наелектрисаног тела која се видно манифестује појавом силе између електричних оптерећења назива се електрично поље. Простор у околини наелектрисаног тела је, дакле, измењен — кажемо да ту постоји електрично поље које делује силом на друго наелектрисано тело и припада оном виду материје која не делује непосредно на наша чула. Ако потиче од наелектрисања у стању мировања, поље се назива електростатичко.

Да би се испитало поље једног наелектрисаног тела, уводи се појам пробног оптерећења — наелектрисано тело веома малих димензија и наелектрисања, које својим пољем не утиче на испитивано. Договорено је да је пробно оптерећење позитивно наелектрисано занемарљивом количином електрицитета Q_p . На пример, мала куглица од зовине сржи, наелектрисана позитивним електрицитетом, може послужити као индикатор електричног поља, тј. као пробно оптерећење. Ако се пробно оптерећење донесе у близину наелектрисаног тела, на њега ће деловати механичка сила чији је интензитет, правац и смер одређен у свакој тачки простора. Ако се пробно оптерећење мења по количини, правац и смер силе у једној тачки остаје непромењен, а мења се само интензитет сразмерно Q_p :

$$F_1 : F_2 : F_3 = Q_{p1} : Q_{p2} : Q_{p3} \quad (2.12)$$

За посматрану тачку испитиваног поља, може се написати да је:

$$\frac{\vec{F}_1}{Q_{p1}} = \frac{\vec{F}_2}{Q_{p2}} = \frac{\vec{F}_3}{Q_{p3}} = \vec{E} \quad (2.13)$$

Величина $\vec{E}$ представља квантитативну карактеристику тачке посматраног поља, не зависи од Q_p и назива се вектор јачине електричног поља у посматраној тачки. Вектор $\vec{E}$ дефинише се као количник механичке силе којом поље дејствује на позитивно пробно оптерећење и самог тог оптерећења:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_p} \quad (2.14)$$

Вектор јачине електричног поља има правац и смер силе која делује на Q_p . Примера ради, одредићемо јачину поља усамљеног пунктуалног оптерећења $+Q$ у тачки А (слика 2.3).

Интензитет поља E_A у тачки А је:

$$E_A = \frac{F_A}{Q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r_A^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r_A^2}, \quad (2.15)$$

где је r_A растојање тачке А од извора поља Q . Правац и смер $\vec{E}$ дати су на слици 2.3. Димензија вектора јачине поља износи:

$$E (=) \frac{F}{Q}, \quad (2.16)$$

а јединица у SI систему:

$$E_u = \frac{F_u}{Q_u} = \frac{\text{њутн}}{\text{кулон}} = \frac{\text{N}}{\text{C}}. \quad (2.17)$$

Касније ћемо видети да је овој јединици еквивалентна:

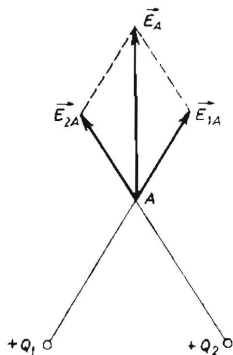
$$E_u = \frac{\text{волт}}{\text{метар}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}, \quad (2.18)$$

која се употребљава у пракси.

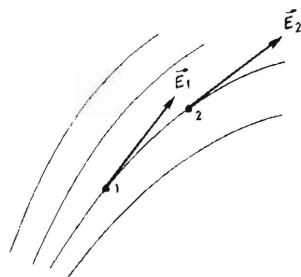
Ако поље потиче од n наелектрисања, онда важи принцип суперпозиције, то јест:

$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n. \quad (2.19)$$

Посматрајмо два позитивно наелектрисана пунктуална оптерећења Q_1 и Q_2 и јачину резултујућег поља E_A у тачки А, као на слици 2.4,



Сл. 2.4

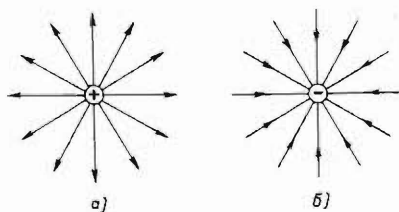


Сл. 2.5

где се интензитети вектора $\vec{E}_{1A}$ и $\vec{E}_{2A}$ одређују према једначини 2.15.

Да би се електрично поље сликовито, графички, приказало, користе се линије поља (линије силе). Линија поља дефинише се као замишљена линија којој је вектор поља $\vec{E}$ у свакој тачки тангента (слика 2.5).

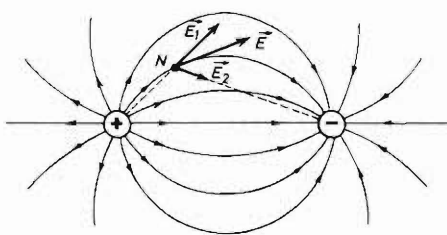
Линије поља су усмерене, што се означава на самој линији стрелицом, при чему смер линије одговара смеру вектора $\vec{E}$. Скуп линија назива се спектар поља. Линије поља могу се повући кроз сваку тачку простора по вољи густо. Погодним избором густине линија спектром се, поред правца и смера, може представити и интензитет вектора $\vec{E}$. У случају усамљеног пунктуалног оптерећења линије поља су радијално усмерене од позитивно наелектрисаног тела (слика 2.6a),



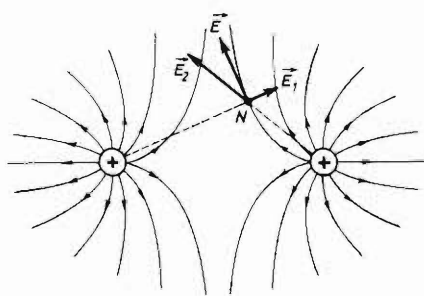
Сл. 2.6

као да извиру из њега, а ка негативно наелектрисаном телу (слика 2.6b) као да утичу у њега. Због тога се поље усамљеног тачкастог оптерећења назива радијално електрично поље.

На слици 2.7 дат је спектар поља у простору око два пунктуална оптерећења наелектрисана једнаким количинама електрицитета супротног знака, а на слици 2.8 спектар поља око тих тела када су наелектрисана једнаким количинама електрицитета истог знака.



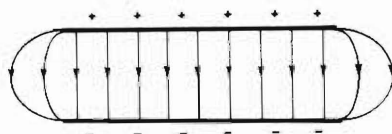
Сл. 2.7



Сл. 2.8

Најчешће електрично поље није једнако по јачини, правцу и смеру ни у једној тачки. Такво поље се назива нехомогено електрично поље. Електрично поље које у свакој тачки има исти интензитет, правац и смер назива се хомогено електрично поље. Такво поље представљено је спектром чије су линије међусобно паралелне и налазе се на једнаким растојањима. Овакво

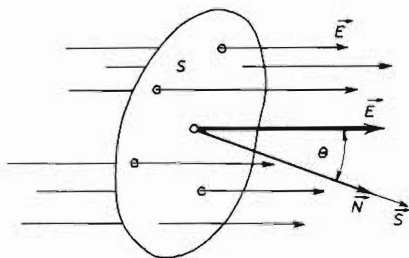
поље постоји између две равне плоче које су међусобно паралелне, на малом растојању и разноимено наелектрисане (слика 2.9).



Сл. 2.9

2.3. ФЛУКС ЕЛЕКТРИЧНОГ ПОЉА

Већ смо напоменули да густина линија спектра на неки начин одређује и јачину поља наелектрисаног тела. Да би се помоћу линија поља могло квантитативно окарактерисати то поље, уводи се појам нове физичке величине — број линија спектра које пролазе кроз неку замишљену површину у пољу. Та скаларна величина назива се флуks електричног поља или флуks вектора E кроз ту површину (fluxus — који протиче). Обележава се симболом Ψ_E . Појам флуksа најједноставније је објаснити посматрањем хомогеног поља вектора јачине $\vec{E}$ у којем смо замислили равну површину S (слика 2.10).



Сл. 2.10

Флуks вектора $\vec{E}$ дефинише се као скаларни производ $\vec{E}$ и вектора површине $\vec{S}$. Вектор површине $\vec{S}$ има интензитет једнак површини S , а правац и смер јединичног вектора нормале $\vec{N}$. Смер нормале бира се произвољно, али је договором

усвојено да буде оријентисана у смеру поља:

$$\vec{S} = S \cdot \vec{N}, \quad (2.20)$$

па је:

$$\Psi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos(\vec{E} \cdot \vec{N}) = E \cdot S \cdot \cos \theta, \quad (2.21)$$

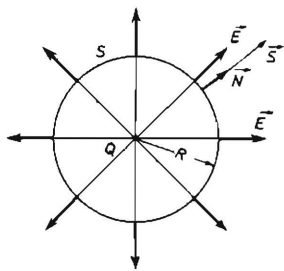
где је θ угао између вектора $\vec{E}$ и јединичног вектора нормале $\vec{N}$ ($\vec{S}$) на површину S . Ако је $\cos \theta = 1$, тј. површина постављена под правим углом на вектор $\vec{E}$, флуks је максималан:

$$\Psi_{Em} = E \cdot S. \quad (2.22)$$

Јединица за флуks вектора $\vec{E}$ је:

$$\Psi_{Eu} = E_u \cdot S_u = \frac{V}{m} \text{ m}^2 = V \cdot \text{m}. \quad (2.23)$$

Како расподела поља $\vec{E}$ зависи од облика тела и количине његовог наелектрисања, често је при решавању проблема потребно одредити вектор $\vec{E}$ у свим тачкама простора око наелектрисаног тела.



Сл. 2.11

У случају пунктуалних оптерећења вектор $\vec{E}$ се може једноставно одредити применом Кулоновог закона. Код сложених поља, вектор $\vec{E}$ у простору наелектрисаног тела чији облик има одређену симетрију (наелектрисана равна, сфера) израчунава се преко Гаусове теореме (К. Ф. Gauss, 1777—1855). Гаусову теорему ћемо показати на примеру пунктуалног оптерећења Q у вакууму, и замишљене сферне површине полупречника R , у чијем центру је смештено тачкасто оптерећење Q (слика 2.11).

У свим тачкама на површини замишљене сфере интензитет вектора $\vec{E}$ је исти јер је поље радијално и вектор $\vec{E}$ је управан на њу. С обзиром на релацију 2.15:

$$\psi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad (2.24)$$

где је $S = 4\pi R^2$ површине сфере. Израз 2.24 изражава Гаусов закон: флукс вектора $\vec{E}$ кроз затворену површину S која обухвата наелектрисање Q у вакууму директно је сразмеран количини електрицитета тог оптерећења, а обрнуто сразмеран диелектричној константи вакуума.

Ако се наелектрисање налази у другој хомогеној средини, онда је:

$$\psi_E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \quad (2.25)$$

где је ϵ_r релативна диелектрична константа те средине. Ако би Q била количина негативног наелектрисања, онда је:

$$\psi_E = -\frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \quad (2.26)$$

према томе, Q у једначинама има алгебарско значење. Пошто полупречник сфере не фигурише у једначини 2.24, следи да је флукс вектора $\vec{E}$ исти кроз све сфере са центром у тачки где је оптерећење. Сложеном математичком операцијом може се доказати да се вредност флука неће променити и ако је S било каква затворена површина која обухвата оптерећење Q , што излази из оквира наших разматрања.

2.4. РАД СИЛА У ЕЛЕКТРИЧНОМ ПОЉУ

Електрично поље поседује потенцијалну енергију W_p што се показује тиме да се пробно наелектрисање унето у тачку поља јачине $\vec{E}$ креће под

дејством силе тог поља: $\vec{F} = Q_p \vec{E}$. При томе сила електричног поља врши рад на који се троши потенцијална енергија поља. Да бисмо одредили рад електростатичких сила, и нека његова својства, посматраћемо хомогено електрично поље јачине $\vec{E}$ и пробно оптерећење Q_p унето у тачку М (слика 2.12).

Нека се Q_p под дејством електричне силе померио у тачку N на растојању a од М. При томе је сила извршила рад на рачун енергије W_p поља:

$$A_{MN} = \vec{F} \cdot \vec{a} = F \cdot a \cos(\vec{F} \cdot \vec{a}) = Q_p \cdot E \cdot a \cos(\vec{E} \cdot \vec{a}) = Q_p \cdot E \cdot a, \quad (2.27)$$

јер је $\cos(\vec{E} \cdot \vec{a}) = \cos 0^\circ = 1$.

Јединица за рад у SI систему је $A_u = 1 \text{ J (џул)}$.

Узмимо сада обрнуто да се Q_p креће од тачке N ка М, па је извршени рад електричних сила:

$$A_{MN} = \vec{F} \cdot \vec{a} = F \cdot a \cos(\vec{F} \cdot \vec{a}) = Q_p \cdot E \cdot a \cdot \cos(\vec{E} \cdot \vec{a}) = -Q_p \cdot E \cdot a, \quad (2.28)$$

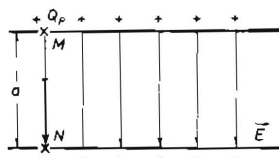
јер је $\cos(\vec{E} \cdot \vec{a}) = \cos \pi = -1$.

Негативан рад електричних сила значи да се Q_p померио из тачке N у тачку М под дејством неких страних сила, при чему су оне вршиле рад и повећавале потенцијалну енергију поља.

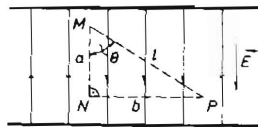
Из 2.27 и 2.28 следи да је:

$$A_{MN} = -A_{NM}. \quad (2.29)$$

Показаћемо још једно својство рада електричних сила (слика 2.13).



Сл. 2.12



Сл. 2.13

Нека се Q_p под дејством силе $\vec{F}$ креће од тачке М ка тачки N путањом MIPbN. Рад који је при томе извршен може се разложити на:

$$A_{MN} = A_{MP} + A_{PN} = F \cdot l \cos(\vec{F} \cdot \vec{l}) + F \cdot b \cos(\vec{F} \cdot \vec{b}) = Q_p E \cdot l \cos(\vec{E} \cdot \vec{l}) + Q_p E \cdot b \cos(\vec{E} \cdot \vec{b}). \quad (2.30)$$

Како је $\cos(\vec{E} \cdot \vec{l}) = \frac{a}{l}$ и $\cos(\vec{E} \cdot \vec{b}) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$, то је:

$$A_{MN} = A_{MP} + A_{PN} = Q_p E \cdot l \cdot \frac{a}{l} = Q_p E a$$

што је исто као у 2.27 и показује да рад електростатичких сила при преношењу Q_p из једне тачке електричног поља у другу не зависи од облика и дужине путање, већ само од положаја њених крајњих тачака.

На крају да одредимо рад силе $\vec{F}$ по једној затвореној путањи од тачке М премо тачака Р, N до М:

$$A_{MM} = A_{MP} + A_{PN} + A_{NP} = Q_p \cdot E \cdot a + 0 + (-Q_p E \cdot a) = 0, \quad (2.31)$$

што казује да је рад електричних сила дуж затворене путање једнак нули. На једном делу путање рад врше електростатичке силе на рачун потенцијалне енергије поља, а на другом делу рад врше спољашње силе, које повећавају потенцијалну енергију, па је енергија поља остала иста.

2.5. ПОТЕНЦИЈАЛ ЕЛЕКТРИЧНОГ ПОЉА, РАЗЛИКА ПОТЕНЦИЈАЛА, НАПОН

Из претходног излагања видели смо да под дејством електростатичких сила у пољу пробно оптерећење Q_p пренето из тачке М у тачку N, у односу на тачку N поседује одређену количину потенцијалне енергије W_M , која је бројно једнака раду који изврше електростатичке силе (види слику 2.13).

Претпоставимо да посматрамо поље усамљеног, пунктуалног, позитивног наелектрисања и да се тачка М налази у пољу, а тачка N на великом растојању од извора поља (у бесконачности), па за њу можемо рећи да је ван поља (слика 2.14).

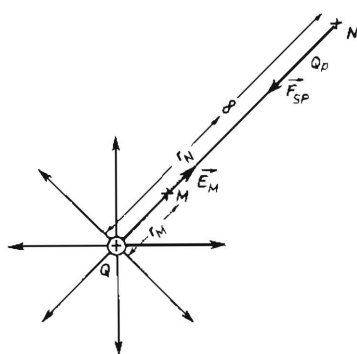
Да би пробно оптерећење из тачке N било унето у тачку М поља позитивног наелектрисања, спољашња сила врши рад савлађујући деловање силе електричног поља. То значи да Q_p у тачки М поседује одређену количину

потенцијалне енергије W_M у односу на тачку N, која је бројно једнака раду који су извршиле спољашње силе. На основу тога, сваку тачку у пољу у односу на тачку N можемо окарактерисати одређеном потенцијалном енергијом, при чему се тачка N назива референтна. Ова количина потенцијалне енергије зависи од Q_p јачине поља $\vec{E}$ и положаја тачке М у односу на N, али не и од пута који повезује ове две тачке.

Као енергетска карактеристика сваке тачке поља уводи се скаларна величина независна од Q_p која се назива потенцијал те тачке у односу на референтну тачку N. Обележава се симболом V . Дефинише се као количник потенцијалне енергије коју поседује Q_p у посматраној тачки М и самог Q_p :

$$V_{MN} = \frac{W_M}{Q_p}. \quad (2.33)$$

где је V_{MN} потенцијал тачке М у односу на референтну тачку N.



Сл. 2.14

У СИ систему јединица за потенцијал је:

$$V_u = \frac{W_u}{Q_u} = \frac{J}{C} = \text{волт} = V. \quad (2.34)$$

Потенцијал неке тачке електричног поља је бројно једнак раду који би извршиле електричне силе при померању јединичног оптерећења ($Q=1\text{ C}$) из те тачке у референтну тачку N.

Електрични потенцијал у некој тачки поља износи 1 V ако се из референтне тачке изван поља пренесе у дату тачку позитивно оптерећење од 1 C при чему се изврши рад од 1 J. Референтна тачка ван поља узима се да је у бесконачности, јер у њој на Q_p не делују електростатичке силе, с обзиром на то да јачина поља опада са квадратом растојања.

За тачку у бесконачности кажемо да је на нултом потенцијалу.

Све тачке у пољу позитивног наелектрисања су на позитивном потенцијалу. При уношењу Q_p у овакво поље рад врше спољашње силе и енергија поља се повећава за величину извршеног рада.

Ако је електрично поље створено негативним наелектрисањем, тада све тачке поља у односу на референтну имају негативан потенцијал. Уношењем Q_p у поље врши се рад под дејством сила поља, па се енергија поља смањује за величину тог рада.

Ако електрично поље потиче од позитивних и негативних оптерећења, онда оно има тачке на позитивном, негативном и нултом потенцијалу.

Извор референтне тачке N је сасвим произвољан. У практичним применама за тачку N узима се тачка на површини Земље. Касније ћемо видети да су све тачке Земље приближно на истом потенцијалу, јер је Земља проводна и у практичним применама се сматра да је њена површина на потенцијалу нула.

Разлика потенцијала између две различите тачке електричног поља M и P назива се напон. Ако је V_M потенцијал тачке M у односу на референтну тачку N, а V_P потенцијал тачке P у односу на исту референтну тачку, онда је напон између тачака M и P:

$$U_{MP} = V_M - V_P = \frac{W_M - W_P}{Q_p} = \frac{A}{Q_p}. \quad (2.35)$$

У изразу 2.35 индексима M и P обележене су и одговарајуће потенцијалне енергије пробног оптерећења које је под дејством електричних сила померено из једне у другу тачку поља. При томе уложени рад је једнак разлици потенцијалних енергија W_M и W_P . На основу једначине 2.35 рад електростатичких сила у пољу при померању Q_p из једне у другу тачку поља сразмеран је напону између тих тачака:

$$A = Q_p (V_M - V_P) = Q_p U_{MP}. \quad (2.36)$$

Из раније наведених својстава рада електричних сила посматраног поља следи да је:

$$U_{MP} = -U_{PM}, \quad (2.37)$$

и пошто рад не зависи од облика путање него од међусобног положаја тачака M и P, то није битно у одређивању напона где се налази референтна тачка.

Ако је $V_M > V_P$, онда је $U_{MP} > 0$. За $V_M < V_P$, напон је негативан, тј. $U_{MP} < 0$. За $V_M = V_P$ напон је једнак 0, $U_{MP} = 0$.

С обзиром на то да потенцијал и напон имају исту природу, јединица за напон у SI систему је 1 волт — 1 V. Напон од једног волта постоји између двеју тачака поља ако приликом померања количине електрицитста од једног кулона из једне у другу тачку електростатичке силе изврше рад од једног кула.

Из једначине 2.36 може се одредити јединица вектора јачине поља $\vec{E}$:

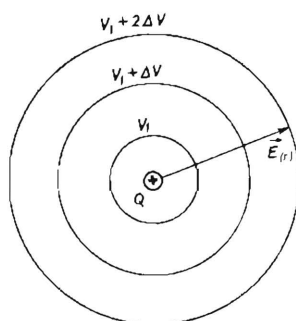
$$A_u = Q_u U_u = F_u \cdot l_u = Q_u \cdot E_u \cdot l_u,$$

одакле је:

$$E_u = \frac{U_u}{l_u} = \frac{V}{m}. \quad (2.36a)$$

Расподела потенцијала електричног поља графички се представља помоћу површина истог потенцијала — еквипотенцијалних површина. Еквипотенцијална површина је таква површина у електричном пољу чије све тачке имају исти потенцијал (слика 2.15).

Разлика потенцијала између било које две тачке на истој еквипотенцијалној површини једнака је нули. Пресеци еквипотенцијалних површина и неке произвољне равни су линије које се називају еквипотенцијалне линије. На слици 2.15 приказани су пресеци еквипотенцијалних површина пунктуалног оптерећења и равни цртежа. У овом случају еквипотенцијалне линије су концентрични кругови чији је центар наелектрисано тело. Цртају се тако да између две суседне линије буде увек иста разлика потенцијала. Линије поља су управне на еквипотенцијалне површине, односно на еквипотенцијалне линије. Гледано у простору, еквипотенцијалне површине пунктуалног оптерећења су сфере.



Сл. 2.15

Примери одређивања потенцијала и разлике потенцијала наелектрисаних тела

Пример 1)

У пољу пунктуалног усамљеног позитивног оптерећења Q (слика 2.15a) рад електростатичких сила извршен приликом премештања пробног оптерећења Q_p из тачке М у тачку Р на растојању r_M , односно r_P од оптерећења Q у вакууму једнак је:

$$A = \frac{Q \cdot Q_p}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_P} \right). \quad (2.36b)$$

Према једначини 2.36 рад електростатичких сила од М до Р једнак је:

$$A = Q_p \cdot (V_M - V_P) = Q_p \cdot U_{MP},$$

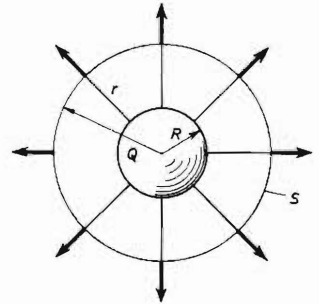
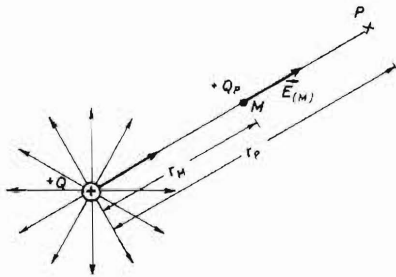
одакле следи да је напон између двеју тачака у пољу пунктуалног оптерећења:

$$U_{MP} = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 r_M} - \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 r_P} = V_M - V_P, \quad (2.35a)$$

где су:

$$V_M = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_M}, \text{ односно } V_P = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_P}$$

потенцијали тачака М и Р у односу на референтну N која се налази у бесконачности као тачка нултог потенцијала.



Сл. 2.15a и б

Ако пунктуално оптерећење носи негативну количину електрицитета Q , онда је потенцијал тачке М за r_M удаљене од извора поља у односу на референтну тачку у бесконачности једнак:

$$V_M = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 r_M},$$

што показује да је потенцијал скаларна величина која карактерише поље у свакој тачки.

Пример 2)

Посматрајмо металну лопту полупречника R наелектрисану количином позитивног електрицитета Q равномерно расподељеног по површини лопте (слика 2.15б)

Електрично поље оваквог наелектрисања има радијалан спектар и све линије поља су управне на површину лопте. По Гаусовом закону, затварајући ову лопту у замишљену сферну површину S полупречника $r > R$, добијамо да је јачина поља на лопти и ван ње једнака:

$$\Psi_E = E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon_0},$$

односно

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

јер је површина замишљене сфере полупречника r једнака:

$$S = 4\pi r^2.$$

Јачина поља на самој површини лопте износи:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2},$$

а унутар лопте поље је једнако нули, јер ако замислимо сферну површину полупречника мањег од R , она не обухвата никакво оптерећење, па је по Гаусовом закону $E \cdot S = 0$.

Површински наелектрисана метална лопта за $r \geq R$ понаша се као пунктуално оптерећење смештено у центар лопте. Потенцијал тачака за сва растојања $r \geq R$ једнак је потенцијалу тачака у пољу пунктуалног оптерећења Q у односу на референтну у бесконачности и износи:

$$V = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 r}, \text{ а на површини лопте}$$

$$V = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 R}.$$

Како су све тачке на површини лопте на истом потенцијалу, то је напон између тих тачака једнак нули, па површина лопте представља еквипотенцијалну површину.

Површина Земље, као велике усамљене проводне лопте равномерно површински наелектрисане, представља еквипотенцијалну површину, па се у пракси узима за површину референтног, односно нултог потенцијала.

Пошто је поље унутар лопте једнако нули, потенцијал у унутрашњости једнак је ономе на површини.

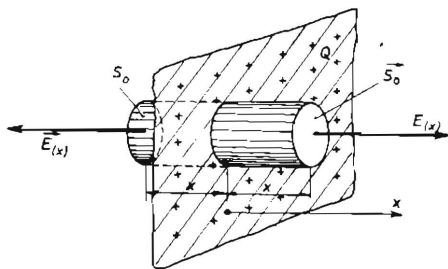
Пример 3)

Велика равна плоча од проводног материјала наелектрисана позитивном количином електрицитета Q и површине S , има хомогено поље чије су линије управне на оптерећену равну (слика 2.15в). Површинска густина наелектрисања ове плоче је $\sigma = \frac{Q}{S}$. Као затворену замишљену површину која обухвата одређену количину наелектрисања замислимо цилиндар чије су основице паралелне плочи и имају површину S_0 . Омотач цилиндра је паралелан вектору $\vec{E}$, па је флуks кроз њега једнак нули, али базе су управне на вектор $\vec{E}$, па је флуks кроз обе основице једнак:

$$\psi_E = 2E \cdot S_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot S_0,$$

одакле је:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$



Сл. 2.15в

Видимо да интензитет поља не зависи од растојања од равни, па је поље хомогено, тј. свуда исто. Равна равномерно наелектрисана плоча такође представља еквипотенцијалну површину.

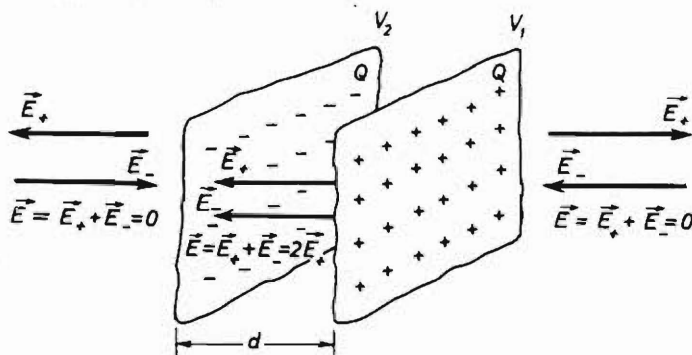
Пример 4)

Посматрајмо две равне паралелне плоче наелектрисане равномерно истом количином разноименог електрицитета Q , површине S , на малом рас-

тојању d , (слика 2.15г). Унутар плоча успоставља се хомогено електрично поље оријентисано од позитивне ка негативној плочи чији је интензитет:

$$E = 2 E_+ = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Изван плоча резултујуће поље је једнако нули јер су вектори $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ истог интензитета и правца, а супротног смера.



Сл. 2.15г

Разлика потенцијала између плоча зависиће од растојања d . Рад електростатичких сила поља извршен при преношењу Q_p од позитивно наелектрисане (V_1) до негативно наелектрисане плоче (V_2) износи:

$$A = F \cdot d = Q_p E \cdot d = Q_p \cdot U_{12} = Q_p (V_1 - V_2), \text{ па је } U_{12} = Ed = V_1 - V_2.$$

2.6. ЕЛЕКТРИЧНИ ДИПОЛ

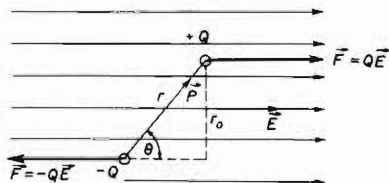
Електрични дипол чине два једнака наелектрисања супротног знака $+Q$ и $-Q$ која се налазе на малом растојању (слика 2.16).

Производ количине електрицитета једног од њих, Q , и вектора растојања $\vec{r}$ међу њима назива се моменат дипола:

$$\vec{P} = Q \cdot \vec{r}. \quad (2.38)$$



Сл. 2.16



Сл. 2.17

Договором се узима да је вектор $\vec{r}$ оријентисан од негативног ка позитивном наелектрисању, па ту оријентацију има и вектор $\vec{P}$.

Када се дипол налази у хомогеном електричном пољу вектора $\vec{E}$, онда на једнака, али разноимена, наелектрисања делују електростатичке силе које

образују спрег (слика 2.17). Величина једне силе дата је изразом $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$. Механички моменат спрега M_k једнак је производу једне силе и управног растојања међу силама. Према слици 2.17 то управно растојање износи $r_0 = r \sin \theta$, где је θ угао између $\vec{P}$ и $\vec{E}$:

$$M_k = F \cdot r \sin \theta,$$

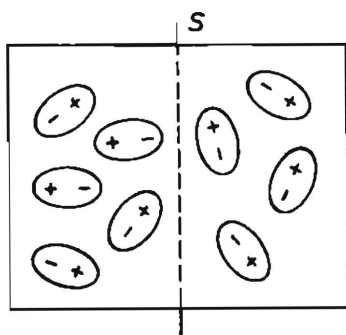
односно:

$$M_k = Q \cdot E \cdot r \sin \theta = PE \sin \theta. \quad (2.39)$$

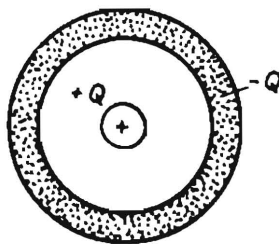
Овај моменат тежи да обрне дипол тако да вектори $\vec{P}$ и $\vec{E}$ постану колинеарни (истог правца и смера).

2.7. ДИЕЛЕКТРИЦИ У ЕЛЕКТРИЧНОМ ПОЉУ

Диелектрици са којима се најчешће срећемо могу се по електричним особинама њихових молекула поделити у две групе. У једну групу спадају диелектрици чији су молекули по својој унутрашњој структури екивалентни једном електричном диполу, (слика 2.18). Молекули оваквих диелектрика називају се поларни молекули. У одсуству електричног поља, хаотично термичко кретање молекула чини да су диполни моменти поларних молекула у простору хаотични. Стога не постоји никакво макроскопско електрично поље ових дипола. Поларне молекуле имају вода, глицерин, алкохол.



Сл. 2.18



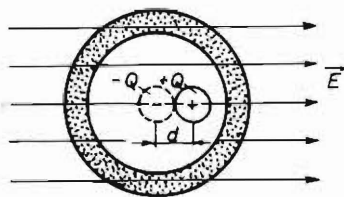
Сл. 2.19a

У другу групу спадају диелектрици у којих молекули немају сопствени диполни моменат. Такви молекули се називају неполарни молекули. Пошто неполарни молекули не стварају поље на великим одстојањима, могу се представити моделом (слика 2.19a), тј. електрични центри негативних и позитивних оптерећења им се поклапају.

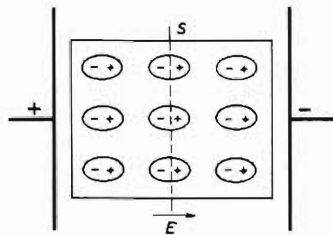
Ако диелектрик са поларним молекулима унесемо у електрично поље (сл. 2.20), доћи ће до усмеравања дипола тако да се вектор момента дипола поклопи са вектором поља $\vec{E}$ (слика 2.20).

Ако се диелектрик са неполарним молекулима унесе у електрично поље, на позитивно језгро деловаће силе у смеру поља, а на негативни електронски омотач у супротном смеру. Електрични центри позитивног и негативног

оптерећења више се не подударају (слика 2.19б). Под дејством поља, молекули диелектрика ће постати диполи чији ће диполни моменат $\vec{P}$ бити оријентисан у смеру вектора $\vec{E}$.



Сл. 2.19б

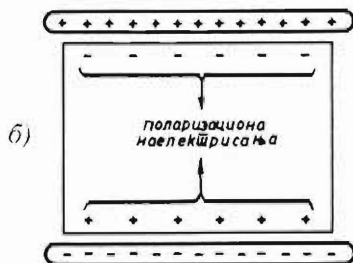
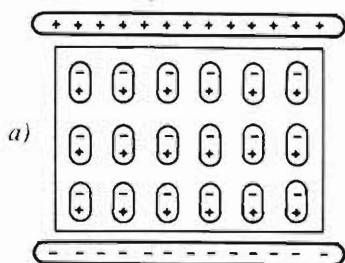


Сл. 2.20

Процес формирања мноштва усмерених дипола у диелектрицима назива се поларизација диелектрика. За диелектрик у коме је дошло до поларизације кажемо да је поларизован. Поларизација у случају поларних молекула назива се диполна поларизација, а у случају неполарних молекула електронска поларизација.

Чврсти кристални диелектрици имају још један вид поларизације. Кристални диелектрици састоје се од позитивних и негативних јона. Када нема страног поља јони су унутар кристала размештени тако да макроскопски не стварају електрично поље. Под дејством поља $\vec{E}$ јони се усмере и кристал се понаша као мноштво оријентисаних дипола. Ова врста поларизације диелектрика назива се јонска поларизација.

Поларизација молекула диелектрика у макроскопском погледу испољава се као на слици 2.21а. У унутрашњости диелектрика свака ће два краја дипола бити међусобно компензована јер садрже исте количине разноиме-

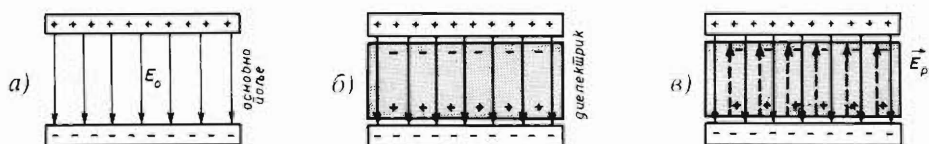


Сл. 2.21

них наелектрисања. Остају некомпензована само наелектрисања дипола на површини диелектрика. Ово даје исти ефекат као да су ове површине диелектрика наелектрисане истим количинама супротних врста електрицитета (слика 2.21б).

Некомпензована наелектрисања на крајевима диелектрика називају се поларизациона наелектрисања.

Поларизација диелектрика битно утиче на многе електростатичке појаве. Нека је нпр. између двеју равних и паралелних плоча успостављено хомогено електрично поље (слика 2.22а). Уз претпоставку да се плоче налазе у вакууму, јачину овог хомогеног поља обележимо са $\vec{E}_0$.



Сл. 2.22

Уметнимо сада у простор између плоча слој неког диелектрика (слика 2.22б). Под утицајем $\vec{E}_0$ диелектрик се поларизује. На страницама диелектрика које су окренуте ка спољашњим, наелектрисаним плочама, формираће се поларизациона наелектрисања. Она ће успоставити унутар диелектрика електрично поље $\vec{E}_p$ супротно оријентисано од $\vec{E}_0$ (слика 2.22в).

Због тога је спољашње поље у диелектрику ослабљено у односу на јачину поља које је постојало пре уношења диелектрика. Пошто $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_p$ имају исти правац а супротан смер, интензитет поља $\vec{E}_0$ ће се смањити, па ће јачина резултујућег поља бити

$$E_r = E_0 - E_p. \quad (2.40)$$

Када се интензитет $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_p$ изједначе, поларизација диелектрика престаје. Чињеница да присуство диелектрика у електричном пољу доводи до смањења јачине поља може се приказати изразом:

$$E_r = \frac{E_0}{\epsilon_r}, \text{ односно } \frac{E_0}{E_r} = \epsilon_r. \quad (2.41)$$

ϵ_r карактерише електрична својства диелектрика и назива се релативна диелектричка константа или пропустљивост. С обзиром на то да је интензитет $\vec{E}$ највећи када је између наелектрисаних плоча вакуум, закључујемо да је $\epsilon_r > 1$. За вакуум и ваздух је $\epsilon_r = 1$. Узмимо пример интензитета силе која се по Кулоновом закону јавља између пунктуалних оптерећења Q_1 и Q_2 на растојању r у вакууму:

$$F_0 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Ако се оптерећења при истим условима преместе у неки диелектрик, услед поларизације интензитет силе ће се према (2.41) смањити, па је:

$$F_r = \frac{F_0}{\epsilon_r} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r r^2},$$

где $\epsilon_0 \cdot \epsilon_r = \epsilon$ представља апсолутну диелектричну константу посматраног диелектрика. На основу овога могуће је дати физички смисао диелектричној константи диелектрика, а то је да она карактерише способност поларизације

датог диелектрика. Уколико је способност поларизације диелектрика већа, утолико је већа његова диелектрична константа и јавиће се више поларизационих молекула на његовој површини при једнаким условима.

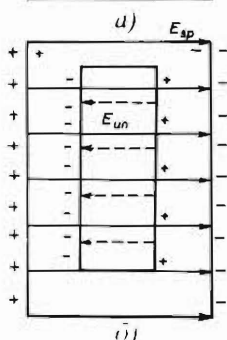
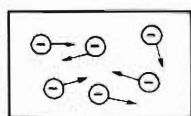
У табели 2.1 дате су вредности ϵ_r за неке материјале.

ТАБЕЛА 2.1

диелектрик	ϵ_r
вакуум	1
ваздух	1,00059
стакло	2—16
лискун	4—8
порцулан	4,5—6
парафин	1,7—2,3
бакелит	3,5—8,2
алкохол	28,4
вода (20 °C)	80,0
вода (0 °C)	88,0

2.8. ПРОВОДНИЦИ У ЕЛЕКТРИЧНОМ ПОЉУ

Проводници су материјали који у својој структури имају велики број тзв. слободних оптерећења. У металним проводницима то су слободни електрони који се хаотично крећу унутар проводника (слика 2.23а). У хомогено



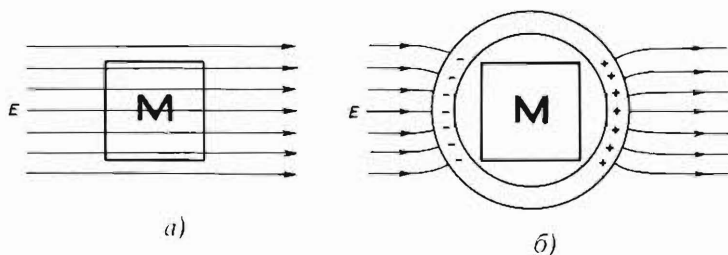
Сл. 2.23

електрично поље вектора јачине $\vec{E}_{sp}$ (спољашње), за које смо видели да се јавља у случају разноимено наелектрисаних равних паралелних плоча, ставимо проводник који је претходно био у неутралном стању (слика 2.23б). Слободни електрони под дејством сила почеће усмерено да се крећу, реметећи равномерну расподелу електрицитета у проводнику. На једном крају проводника (ближе позитивно оптерећеној плочи) јавља се вишак слободних електрона, а на другом мањак. Један крај проводника постаје негативно наелектрисан, а други позитивно. Услед прерасподеле електричних оптерећења, у неутралном проводнику се индукују наелектрисања једнака по величини, а супротна по знаку, тако да је укупно наелектрисање проводника једнако нули. Ова појава да се на површинама ненаелектрисаних проводних тела, која се налазе у електричном пољу, појаве оптерећења назива се електростатичка или електрична индукција. Наелектрисања која су се јавила на проводним телима услед индукције називају се индукована оптерећења. Издвојене количине електрицитета на крајевима проводника створиће своје електрично поље $\vec{E}_{un}$ (унутрашње) и оно је супротног смера од $\vec{E}_{sp}$.

У почетку је деловање спољашњег поља јаче од унутрашњег. Због тога се слободни електрони проводника и крећу у смеру супротном од $\vec{E}_{sp}$. Како расте индукована количина електрицитета на крајевима проводника и интензитет $\vec{E}_{un}$ се повећава, а брзина кретања слободних електрона се смањује. Када се E_{sp} и $\vec{E}_{un}$ изједначе по интензитету, а с обзиром на њихов супротан смер, кретање слободних електрона у проводнику престаје. За проводник се каже да је у електростатичкој равнотежи. Процес индуковања оптерећења на површини проводника, стварање унутрашњег поља и његово изједначавање са спољашњим, веома је краткотрајан: сматра се да је тренутан и назива се прелазни режим. Приликом успостављања равнотеже резултујуће поље унутар проводника $\vec{E}_r$ једнако је нули, јер је:

$$E_r = E_{sp} - E_{un} = 0. \quad (2.42)$$

Напон између било које две ачке А и В унутар проводника је једнак нули с обзиром на то да је $U_{AB} = E_r \cdot l_{AB} = 0$. Напон између две тачке представља разлику њихових потенцијала $V_A - V_B = 0$, из чега следи да је $V_A = V_B$. Потенцијали свих тачака проводника, смештеног у страну електрично поље, једнаки су и проводник представља еквипотенцијалну површину. Ако се проводник изнесе из електричног поља, нестаје првобитне прерасподеле оптерећења и проводник поново постаје неутралан. Електрична индукција има много разноврсних и важних практичних примена. Једна од њих је заштита инструмената и



Сл. 2.24

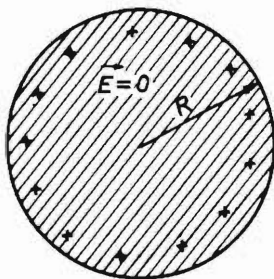
уређаја од утицаја страних поља (слика 2.24а и б). На слици 2.24а приказано је електрично поље у коме се налази инструмент М. Овај инструмент није заштићен и на њега делује електрично поље. Ако се инструмент М стави у шупљи проводник (слика 2.24б), на њега не делује страна електрично поље.

Услед индукције дошло је до прерасподеле оптерећења у шупљем проводнику смештеном у електричном пољу и унутар њега је резултујуће поље једнако нули. Овај проводник представља електростатички оклоп. Лабораторијска опрема, осетљива на електростатичка поља, смешта се у посебне просторије обложене густом арматуром од проводног материјала. Тако заштићена просторија назива се Фарадејев кавез.

2.9. РАСПОДЕЛА ОПТЕРЕЋЕЊА НА ПОВРШИНИ ПРОВОДНИКА

Као што смо раније видели наелектрисања се увек расподељују по површини проводника без обзира да ли се ради о оптерећеном проводнику

или о проводнику који је наелектрисан путем електростатичке индукције. Расподела наелектрисања битно зависи од геометријског облика површине проводника. Посматрајмо расподелу наелектрисања на усамљеној проводној лопти полупречника R (слика 2.25).



Сл. 2.25

Количина електрицитета Q равномерно је распоређена по површини лопте, унутар лопте поље је једнако нули, а линије поља су управне на површину лопте. Све тачке лопте су на истом потенцијалу, а с обзиром на то да је површина лопте $S = 4\pi R^2$ површинска густина наелектрисања је:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi \cdot R^2}. \quad (2.43)$$

Ако две лопте различитих полупречника $R_1 > R_2$ наелектришемо истом количином електрицитета Q , површинске густине наелектрисања биће:

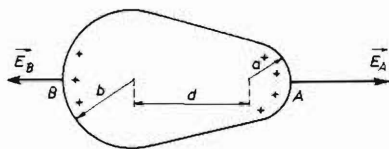
$$\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi \cdot R_1^2} \quad \text{и} \quad \sigma_2 = \frac{Q}{4\pi \cdot R_2^2},$$

одакле се види да је $\sigma_2 > \sigma_1$.

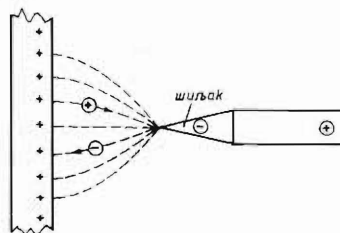
На двема сферним површинама неједнаких полупречника, које се наелектришу истим количинама електрицитета Q , густина електрицитета ће бити већа на оној лопти која има мањи полупречник. Сем тога, те две лопте неће имати исте потенцијале јер је:

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} \quad \text{и} \quad V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}.$$

Посматрајмо сада тело јајастог облика (слика 2.26). Крај А јајастог тела је оштрији од краја В. Знамо да се количина електрицитета Q расподељује по површини, али треба да одредимо и како је расподељена. Шиљатији део тела



Сл. 2.26



Сл. 2.27

завршава се у облику лопте полупречника a , а тупљи у облику лопте полупречника b . Површинске густине наелектрисања у околини тачака А и В биће:

$$\sigma_A = \frac{Q}{4\pi a^2} \quad \text{и} \quad \sigma_B = \frac{Q}{4\pi b^2},$$

односно $\sigma_A > \sigma_B$, па с обзиром на то да су све тачке на површини проводника на истом потенцијалу, закључујемо да је највећа густина наелектрисања на

усамљеним проводним телима у околини шиљатих делова тела. Ако се тело посматра у вакууму, из већ раније наведених релација, јачина поља у тачкама А и В биће:

$$E_A = \frac{\sigma_A}{\epsilon_0} \quad \text{и} \quad E_B = \frac{\sigma_B}{\epsilon_0}.$$

Како је $\sigma_A > \sigma_B$ то је и $E_A > E_B$. На шиљатим деловима наелектрисаног тела неправилног облика које се налази у вакууму и јачина поља је највећа.

Посматрајмо једну неутралну електроду са шиљком (слика 2.27) унету у близину позитивно наелектрисане електроде. Због електростатичке индукције на електроди са шиљком индукују се негативна и позитивна наелектрисања. Негативна оптерећења на шиљку могу створити тако јако поље да отпочне јонизација ваздуха и струјање позитивних јона ка шиљку, а негативних од шиљка ка позитивно оптерећеној плочи. Све се дешава тако као да шиљак «усисава» наелектрисања са позитивне електроде растеређујући је, а оптеређујући электроду на којој се налази. Ова појава се користи за многе практичне сврхе, а на том принципу се заснива и рад громобрана.

2.10. КАПАЦИТИВНОСТ УСАМЉЕНОГ ПРОВОДНИКА

Потенцијал усамљене проводне лопте полупречника R , равномерно оптерећене количином електрицитета Q , у вакууму, у односу на референтну тачку у бесконачности израчунава се према познатом изразу:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, \quad \text{тј.} \quad Q = 4\pi\epsilon_0 R \cdot V.$$

Укупно оптерећење лопте је сразмерно њеном потенцијалу. Ово својство не важи само за усамљену наелектрисану проводну лопту, него и за сваки усамљени наелектрисани проводник без обзира на његов облик. Према томе, можемо закључити да између наелектрисања Q усамљеног проводника и његовог потенцијала V , рачунатог у односу на референтну тачку у бесконачности, постоји линеарна зависност која се може исказати изразом:

$$Q = C \cdot V. \quad (2.44)$$

Уколико повећамо наелектрисање усамљеног проводника, у истом износу ће се повећати његов потенцијал у односу на референтну тачку у бесконачности, па је количник из наелектрисања и потенцијала усамљеног проводника увек исти, тј.:

$$C = \frac{Q}{V}. \quad (2.45)$$

Ова физичка величина, обележена симболом C , назива се електрична капацитивност или само капацитивност усамљеног проводника. Она карактерише способност проводника да на својој површини нагомилава одређену количину електрицитета Q , при чему му се сразмерно повећава потенцијал. Дефинише се као количник наелектрисања и потенцијала неког усамљеног

проводника. Капацитивност наелектрисане проводне лопте полупречника R у вакууму износи:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R. \quad (2.45a)$$

Одавде се види да је капацитивност величина која зависи само од геометријског облика наелектрисаног усамљеног проводника и средине у којој се налази. Капацитивност има природу:

$$C(=) Q \cdot V^{-1}, \quad (2.46)$$

па је јединица за капацитивност (или како се још назива капацитет) у SI систему:

$$C_u = \frac{Q_u}{V_u} = \frac{C}{V}. \quad (2.47)$$

Ова јединица назива се фарад и обележава се симболом F :

$$C_u = \frac{C}{V} = \text{фарад} = F. \quad (2.48)$$

Јединица фарад је веома велика. То се најбоље може видети када се израчунава капацитивност Земље, као највеће усамљене лопте. Полупречник Земље је око $R = 6\,370\,000 \text{ km}$ и према изразу за капацитивност лопте је:

$$C_{\text{Земље}} = 4\pi\epsilon_0 R \simeq 0,708 \cdot 10^{-3} F.$$

У пракси се сусрећемо са знатно мањим капацитивностима реда величине μF до pF .

Сада можемо одредити и еквивалентну јединицу диелектричне константе ϵ за коју смо видели да је:

$$\epsilon_u = \frac{C^2}{N \cdot m^2}.$$

Из израза 2.45a ϵ_0 има димензију:

$$\epsilon_0(=) \frac{C}{l}; \text{ па је у SI систему јединица за диелектричну константу:}$$

$$\epsilon_{ou} = \frac{C_u}{l_u} = \frac{F}{m} \text{ (фарад по метру)}. \quad (2.49)$$

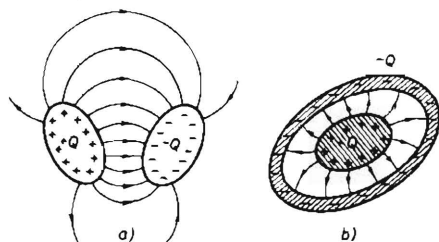
2.11. КОНДЕНЗАТОРИ

Пример усамљене наелектрисане лопте показао нам је да је капацитивност усамљеног проводног тела, чак кад је оно и великих димензија, мали. Сем тога, у стварности не постоје усамљена наелектрисана проводна тела, јер се свако налази на већој или мањој удаљености од других. Свако друго тело, било наелектрисано или не, утиче на посматрано мењајући му расподелу

наелектрисања и потенцијал. Тај утицај је утолико већи уколико је оно друго тело ближе посматраном. Од посебног значаја у техници је систем два блиска проводника (слика 2.28a) оптерећена истом количином електрицитета супротног знака, раздвојена ваздухом или неким другим изолатором, тако да је:

$$Q_1 = -Q_2 = Q. \quad (2.50)$$

Овакав систем назива се кондензатор, а проводници који га образују су електроде или облоге кондензатора. Да би се избегао утицај суседних тела на електрично поље успостављено оваквим системом, облогама кондензатора даје се такав облик да се електрично поље успоставља углавном унутар кондензатора (слика 2.28b).



Сл. 2.28

Потенцијал позитивно или негативно наелектрисане облоге у односу на референтну тачку у бесконачности је V_+ , односно V_- , па на основу својстава усамљених проводника можемо успоставити везу између разлике потенцијала облога и оптерећења кондензатора:

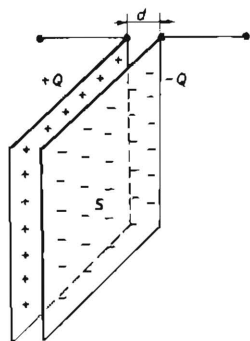
$$Q = C(V_+ - V_-) = C \cdot U, \quad (2.51)$$

где је U напон између облога. Одавде је капацитивност кондензатора:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (2.52)$$

Електроде кондензатора могу бити различитог геометријског облика, па према њима кондензатори добијају имена: плочасти, сферични, коаксијални.

Такође, између облога стављају се разни диелектрици, па се за кондензатор каже да је ваздушни, папирни, керамички, лискунски итд. У електричним схемама кондензатор се означава паром паралелних црта и ознаком за капацитивност као параметром овог елемента: $\text{---} \parallel \frac{C}{\text{---}}$.



Сл. 2.29

Најједноставнији облик кондензатора је плочасти кондензатор, па ћемо његову капацитивност и одредити. Он се састоји од две равне паралелне проводне плоче једнаких површина S (слика 2.29). Растојање између плоча d је много мање од његових димензија.

Познато нам је да се електрично поље успоставља унутар плоча, а да је у простору ван њих једнако нули. Из јачине поља оваквог система:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot S}, \quad (2.53)$$

множећи и леву и десну страну једначине са растојањем између плоча d , добијамо:

$$E \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot S} \cdot d = U. \quad (2.54)$$

Производ јачине поља E и растојање d представља напон између облога кондензатора. Једначину 2.54 можемо написати у облику:

$$Q = \epsilon_0 \frac{S}{d} U = C \cdot U, \quad (2.54a)$$

одакле је капацитивност плочастог кондензатора директно сразмерна површини плоча, а обрнуто сразмерна њиховом растојању:

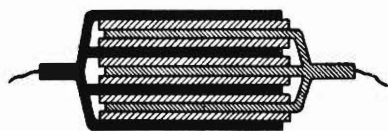
$$\frac{Q}{U} = C = \epsilon_0 \frac{S}{d}, \quad (2.55)$$

Диелектрична константа ϵ_0 говори нам да је између облога кондензатора вакуум или ваздух. Ако се између плоча унесе диелектрик са релативном диелектричном константом ϵ_r , онда је капацитивност кондензатора:

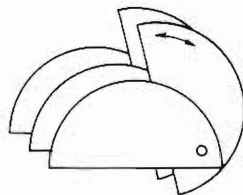
$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon \cdot C_0. \quad (2.56)$$

Капацитивност кондензатора са диелектриком већа је од капацитивности истог кондензатора у ваздуху онолико пута колика је вредност релативне диелектричне константе диелектрика који се налази међу плочама кондензатора.

За добијање веће капацитивности користи се вишеструки плочасти кондензатор (слика 2.30).



Сл. 2.30



Сл. 2.31

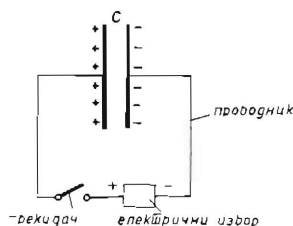
Он се састоји од n равних паралелних плоча везаних тако да образују $n-1$ елементарни кондензатор. Капацитивност таквог система је:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} (n-1). \quad (2.57)$$

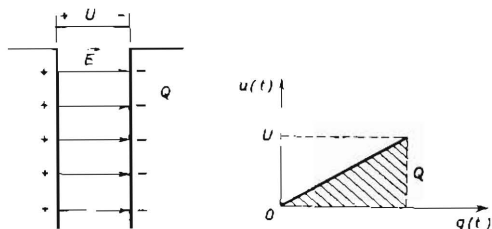
Кондензатори могу бити променљиве капацитивности. Најједноставнији тип оваквог кондензатора састоји се од одређеног броја паралелних плоча које, повезане паралелно, чине једну непокретну електроду — статор (слика 2.31). Друга група паралелно повезаних плоча које се могу обртати око заједничке осовине чине другу покретну електроду — ротор. Окретањем осовине плоче ротора залазе између плоча статора и на тај начин се мења капацитивност. У погледу капацитивности активни су само они делови површина плоча статора и ротора који се поклапају. Ако је n број плоча статора и ротора, они као и у претходном случају образују $n-1$ елементарни кондензатор. Најчешћи ред величина капацитивности оваквих кондензатора износи од 50 до 500 pF.

2.12. ОПТЕРЕЂИВАЊЕ КОНДЕНЗАТОРА И ЕНЕРГИЈА ОПТЕРЕЂЕНОГ КОНДЕНЗАТОРА

Наелектрисавање облога или електрода кондензатора назива се оптеређивање. Кондензатор се оптеређује помоћу извора електричне енергије. Електрични извор има својство да претвара друге видове енергије у електричну, при чему одржава сталну разлику потенцијала између својих крајева. Прикључивање кондензатора врши се спајањем облога кондензатора проводницима за прикључке извора (слика 2.32). После затварања прекидача кроз проводнике настаје кретање наелектрисаних честица. При томе се на електроди везаној за позитиван прикључак извора нагомилава позитивна, а на другој иста толика негативна количина електрицитета. Између електрода кондензатора



Сл. 2.32



Сл. 2.33

јавља се разлика потенцијала (напон) и електрично поље. Истовремено се унутар кондензатора врши поларизација диелектрика. Оптеређивање кондензатора се завршава када се разлика потенцијала између електрода изједначи са напонам на прикључцима извора. Тада кажемо да је наступило стационарно стање; нема више усмереног кретања електрицитета, а за кондензатор се каже да је оптерећен (слика 2.33a). На слици 2.33b представљена је линеарна зависност количине наелектрисања $q(t)$ и напона на кондензатору $U(t)$.

Оптерећен кондензатор описан је на следећи начин: на електродама је количина електрицитета Q ; између облога влада напон U , а у диелектрику се успоставило електрично поље $\vec{E}$, тако да је:

$$Q = C \cdot U \quad \text{и} \quad E = \frac{U}{d}, \quad (2.58)$$

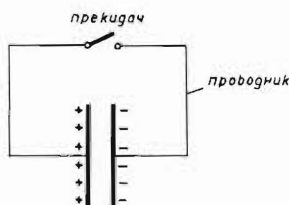
У току оптерећивања кондензатора извор врши рад савлађујући електростатичке силе поља између електрода кондензатора. Тај рад претвара се у потенцијалну енергију поља (поларизованог диелектрика). Ова енергија назива се електростатичка енергија кондензатора. Оптерећен кондензатор садржи одређену количину електростатичке енергије W_c коју можемо израчунати на следећи начин: нека је у тренутку затварања прекидача напон између електрода кондензатора једнак $U_1 = 0$. Када је процес оптерећивања (пуњења) завршен, напон између облога је $U_2 = U$. У току пуњења средњи напон на кондензатору је:

$$U_{sr} = \frac{U_1 + U_2}{2} = \frac{U}{2}. \quad (2.59)$$

Знамо да је рад сила електричног поља једнак: $A = Q \cdot U_{sr}$, па је према томе:

$$W_c = Q \cdot U_{sr} = Q \cdot \frac{U}{2} = \frac{1}{2} Q \cdot U. \quad (2.60)$$

Количина електростатичке енергије оптерећеног кондензатора одговара шрафираној површини на слици 2.33b. С обзиром на то да је $Q = C \cdot U$, енергија оптерећеног кондензатора може се изразити још као:



Сл. 2.34

$$W_c = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}. \quad (2.61)$$

Ако оптерећен кондензатор извадимо из кола пуњења, он ће задржати све своје особине (Q ; U ; W_c). Кондензатор се може и растеретити (слика 2.34). Ако се електроде повежу металним жицама за прекидач и овај затвори, доћи ће до покретања електрона са негативне електроде ка позитивној. На рачун акумулисане енергије протицање наелектрисања биће краткотрајно. Електроде ће постати неутралне, а кондензатор растерећен. Енергија оптерећеног кондензатора се претворила у топлотну енергију која загрева проводне жице. Један део електростатичке енергије претворио се у топлотну и светлосну енергију варнице која се јавља при затварању прекидача.

2.13. ВЕЗИВАЊЕ КОНДЕНЗАТОРА У ГРУПЕ. ЕКВИВАЛЕНТНА КАПАЦИТИВНОСТ

У пракси се често срећу групе кондензатора повезане проводницима на разне начине. Најважније врсте веза кондензатора су паралелна и редна (серијска) веза. Комбинацијом паралелне и редне везе добија се тзв. мешовита веза кондензатора. Група редно, паралелно или мешовито везаних кондензатора понаша се као јединствен кондензатор. Кондензатор којим се може заменити група назива се еквивалентни кондензатор, а његова капацитивност — еквивалентна капацитивност посматране групе кондензатора.

а) Паралелна веза кондензатора приказана је на слици 2.35. Горње електроде свих кондензатора су на потенцијалу V_A , а доње на потенцијалу V_B . Разлика потенцијала између електрода свих кондензатора је иста и једнака $V_A - V_B = U_{AB}$. Приликом оптерећивања кондензатора укупно позитивно наелектрисање Q мора проћи кроз тачке А и В, а у смеру од А ка В, па је:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n. \quad (2.62)$$

Како је:

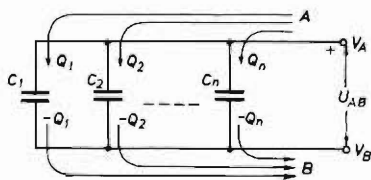
$$Q = CU_{AB}, \text{ то је}$$

$$Q = C_1 U_{AB} + C_2 U_{AB} + \dots + C_n U_{AB}. \quad (2.62a)$$

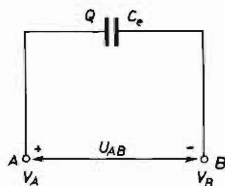
Делећи једначину (2.62a) са напоном U_{AB} добија се израз:

$$\frac{Q}{U_{AB}} = C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n, \quad (2.63)$$

који показује да је капацитивност еквивалентног кондензатора C_e једнака збиру капацитивности свих кондензатора у паралелној вези. Еквивалентна схема паралелне везе са слике 2.35 изгледа као на слици 2.36.



Сл. 2.35



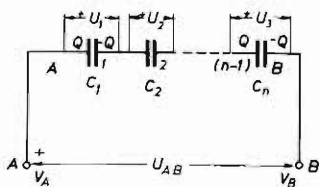
Сл. 2.36

Енергија паралелно везаних кондензатора је:

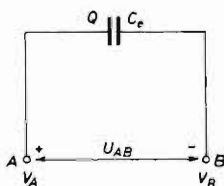
$$\begin{aligned} W_{cc} &= \frac{1}{2} Q U_{AB} = \frac{1}{2} (Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n) U_{AB} = \frac{1}{2} Q_1 U_{AB} + \frac{1}{2} Q_2 U_{AB} + \\ &+ \dots + \frac{1}{2} Q_n U_{AB} = W_{c1} + W_{c2} + \dots + W_{cn}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Енергија групе паралелно везаних кондензатора једнака је збиру енергија свих кондензатора у групи.

б) Редна веза кондензатора приказана је на слици 2.37. Приликом оптерећивања кондензатора у овој вези сви кондензатори ће се оптеретити истом количином електрицитета Q (електростатичка индукција). Како су капацитив-



Сл. 2.37



Сл. 2.38

ности кондензатора различите, то ће и напон између облога сваког кондензатора бити drukчији јер је:

$$U = \frac{Q}{C}.$$

Напон између тачака А и В је:

$$U_{AB} = V_A - V_B = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad (2.65)$$

или

$$U_{AB} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n}. \quad (2.66)$$

Делећи једначину (2.66) са Q добијамо:

$$\frac{U_{AB}}{Q} = \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (2.67)$$

Из једначине 2.67 добијамо да је реципрочна сквивалентна капацитивност једнака збиру реципрочних капацитивности кондензатора у редној вези. Еквивалентна схема дата је на слици 2.38.

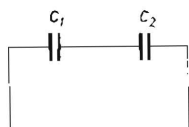
Електростатичка енергија редно везаних кондензатора је:

$$W_{ee} = \frac{1}{2} Q \cdot U_{AB} = \frac{1}{2} Q (U_1 + U_2 + \dots + U_n) = W_{e1} + W_{e2} + \dots + W_{en}, \quad (2.68)$$

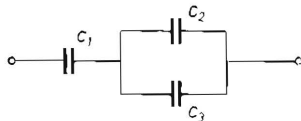
дакле, једнака је збиру енергија сваког кондензатора у редној вези. Израчунаћемо C_e редне везе кондензатора капацитивности C_1 и C_2 (слика 2.39). Еквивалентне капацитивности према једначини 2.67 је:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}, \text{ одакле је}$$

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}. \quad (2.69)$$



Сл. 2.39



Сл. 2.40

в) Мешовита веза кондензатора састоји се од редно и паралелно везаних кондензатора. Најједноставнији пример је на слици 2.40.

$$C_e = \frac{(C_2 + C_3)C_1}{C_1 + C_2 + C_3}. \quad (2.70)$$

Пример: дата су два кондензатора капацитивности $C_1 = 1 \text{ nF}$ и $C_2 = 100 \text{ nF}$. Одредити C_e : а) паралелне везе. б) редне везе.

а) $C_e = C_1 + C_2 = 1 \text{ nF} + 100 \text{ nF} = 101 \text{ nF} \approx 100 \text{ nF},$

$$b) \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1 \cdot 100}{1 + 100} \text{ nF} \approx 1 \text{ nF}.$$

На основу наведених резултата можемо констатовати следеће:

- за паралелну везу већи је утицај кондензатора веће капацитивности.
- за редну везу већи је утицај кондензатора мање капацитивности.

2.14. ПРОБОЈ ДИЕЛЕКТРИКА

У нормалном стању диелектрици немају слободне носиоце наелектрисања, тачније њихов број је веома мали. Под дејством спољашњег електричног поља долази до поларизације диелектрика. Ако је интензитет поља сувише велики, тада може доћи до одвајања електрона од атома или молекула диелектрика: јавиће се електрична струја у диелектрику, тј. настаје пробој диелектрика и он постаје проводна средина. Ова појава се дешава нагло, тако да настаје електрична варница између облога кондензатора, развија се велика количина топлоте што потпомаже стварању нових слободних електрона. Чврсти диелектрици у којима је дошло до пробоја постају неупотребљиви, јер губе диелектрична својства. У случају гасовитих диелектрика пробој не изазива оштећења диелектрика док течни диелектрици остају употребљиви и после пробоја, али имају лошија електрична својства.

У вези са електричним пробојем дефинише се тзв. диелектрична (или електрична) чврстоћа материјала. То је минималан интензитет електричног поља E_{kr} у диелектрику при којем долази до пробоја. Значи, ако је поље слабије од те вредности, до пробоја неће доћи. Јединица за електричну чврстоћу је волт по метру $\left(\frac{\text{V}}{\text{m}}\right)$, али је у пракси погодније користити помоћне јединице $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ или $\frac{\text{kV}}{\text{mm}}$. У табели 2.2 наведене су вредности диелектричне чврстоће неких диелектрика.

ТАБЕЛА 2.2

материјал	$E_{kr} \left(\frac{\text{kV}}{\text{cm}} \right)$
импрегнирана хартија	100—250
стакло	100—400
порцулан	200
папир	100—200
сув ваздух	25—30
гума	200—400
трансформаторско уље	50—150

Вредност диелектричне чврстоће E_{kr} (која се назива и критичним пољем) веома је битан податак за експлоатацију кондензатора, јер је неопходно да

кондензатори у уређајима поуздано раде. Отуда се кондензатори тако пројектују да при радном напону између његових електрода поље у њима буде бар неколико пута мање од E_{kr} .

ПИТАЊА

1. Који је основни закон електростатике?
2. Како гласи Кулонов закон?
3. Шта је електростатичко поље?
4. Шта је пробно наелектрисање?
5. Чиме се карактерише електростатичко поље у једној тачки у простору?
6. Шта је флуks електростатичког поља?
7. Шта изражава Гаусова теорема?
8. Када је рад сила у електростатичком пољу позитиван, а када негативан?
9. Од чега зависи рад сила у електростатичком пољу?
10. Шта је електростатички потенцијал?
11. Да ли је довољно рећи да је потенцијал једне тачке 7 V ?
12. Ако је U_{AB} једнако 5 V , колико је U_{BA} ?
13. Шта је електрични дипол?
14. Шта је поларизација диелектрика?
15. Шта је капацитивност наелектрисаног тела?
16. Шта је кондензатор?
17. Како се израчунава капацитивност плочастог кондензатора?
18. Од чега зависи акумулирана енергија кондензатора?
19. Како се израчунава C_e редне, а како паралелне везе кондензатора?
20. Шта је диелектрична чврстоћа?